

Terminale - Mathématiques tronc commun
Devoir commun (2h)
le 13 mai 2025

Sujet à rendre avec la copie

Calculatrice autorisée

Exercice 1 :

5 points

Une entreprise qui gère des pompes d'alimentation de bac de stockage fait contrôler les pompes sur différents sites.

20 % des pompes sont sous garantie.

Le technicien constate que :

- 1 % des pompes sous garantie sont défectueuses;
- 10 % des pompes qui ne sont plus sous garantie sont défectueuses.

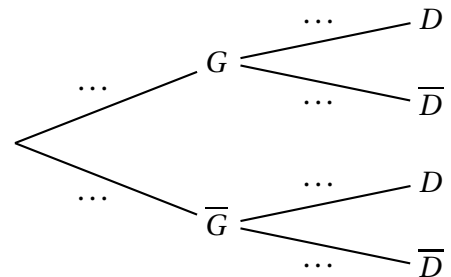
On tire au hasard, dans le fichier de l'entreprise, la fiche d'une pompe dont l'entreprise assure le contrôle.

On considère les évènements suivants :

G : « la fiche tirée est celle d'une pompe sous garantie » et

D : « la fiche tirée est celle d'une pompe défectueuse ».

On note $\bar{G}$ et $\bar{D}$ les évènements contraires.



1. Compléter sur le sujet, par les probabilités manquantes, l'arbre pondéré ci-contre qui modélise la situation.
2. Décrire par une phrase l'événement $G \cap D$ et calculer sa probabilité.
3. Démontrer que $p(D)$ est égal à 0,082. M
4. Le technicien affirme que moins de 3 % des pompes défectueuses sont sous garantie. A-t-il raison?

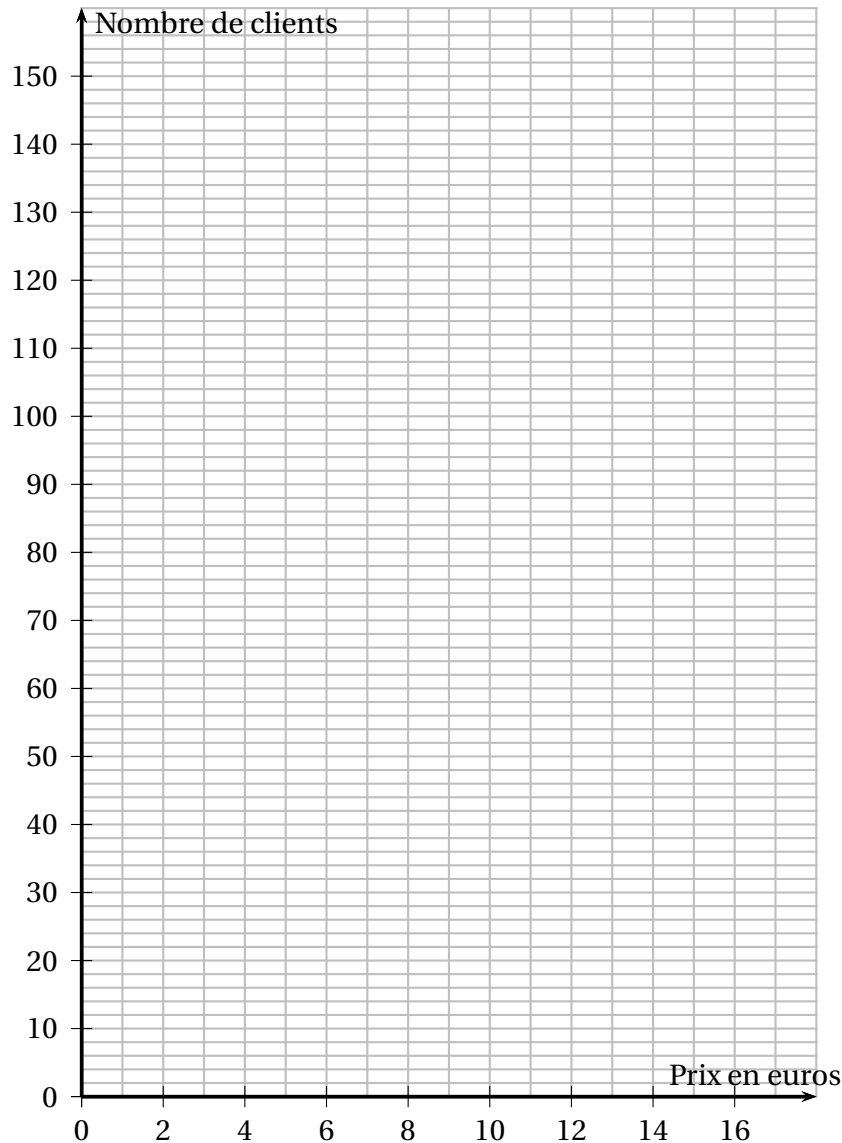
Exercice 2 :

5 points

Un parc zoologique propose une formule « visite des coulisses » payante. Le gérant, cherchant à estimer l'effet du prix de cette formule sur le nombre de clients, a régulièrement changé son prix. Il a collecté les données dans le tableau suivant.

Prix de la formule en euro x_i	7	9	11	13	15
Nombre de clients y_i	82	78	65	41	20

1. Représenter dans le repère donné en ci-dessous, le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$.



2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en fonction de x obtenue par la méthode des moindres carrés. On donnera les coefficients arrondis au centième.

Dans toute la suite du problème, on prendra comme ajustement affine la droite d d'équation $y = -8x + 146$

3. Construire la droite d dans le repère donné en ci-dessus.
4. On suppose que le nombre de clients évolue en suivant cet ajustement.
- Déterminer une estimation du nombre de clients si le gérant fixe le prix de la formule à 12€.
 - Déterminer par un calcul une estimation du prix maximal de la formule que doit fixer le gérant pour espérer attirer au moins 100 clients.

Exercice 3 :

6,5 points

Lors de son embauche dans une société pour un contrat à durée déterminée d'un an, Harry se voit proposer un salaire mensuel net de 1 590€ le premier mois puis, à compter du deuxième mois, une augmentation chaque mois de 15€ par rapport au salaire mensuel net précédent. Sur l'année, Harry percevra douze salaires mensuels nets, ce qui constituera son salaire annuel net.

1. Calculer le salaire mensuel net d'Harry le deuxième mois de son contrat ainsi que celui le troisième mois de son contrat.
2. On note u_n le montant, exprimé en euros, du salaire mensuel net d'Harry le n -ième mois de son contrat où n est un entier naturel non nul. Ainsi, on a $u_1 = 1\,590$.
 - a. Justifier que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b. Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, u_n en fonction de n .
 - c. Quel sera le salaire net d'Harry pour son 12^{ème} mois de travail?
3. Le salaire annuel net d'Harry dépassera-t-il les 20 000€ le temps de son contrat d'un an? On justifiera la réponse.
4. Les charges salariales représentent 23 % du salaire brut d'Harry. Ces charges viennent se déduire du salaire brut afin de donner le salaire net.
Quel est le montant du salaire brut d'Harry le premier mois?

Exercice 4 :

3,5 points

Suite à un héritage, un particulier décide de placer 120 000€ sur un compte bancaire afin de pouvoir acheter plus tard un bien immobilier. Connaissant le prix du marché, il estime qu'il lui faut augmenter son capital initial de 35 % pour pouvoir acquérir le bien souhaité.

1. De quel capital le particulier estime-t-il avoir besoin pour acheter ce bien immobilier?
2. Le particulier envisage un placement bancaire de son capital de 120 000€ au taux annuel de 2,5 %.
 - a. Calculer le capital acquis après deux années de placement.
 - b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $1,025^x = 1,35$.
 - c. En déduire le nombre d'années nécessaires pour que le particulier dispose du capital suffisant pour acquérir son bien immobilier.
3. Le particulier souhaite négocier le taux annuel t de son placement, exprimé en pourcentage, afin de pouvoir acquérir le bien immobilier après 10 années de placement. On admet que le taux t pour atteindre le souhait du particulier vérifie l'équation

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right)^{10} = 1,35.$$

Déterminer le taux d'intérêt annuel qui satisfera le souhait du particulier. On arrondira la valeur de t à 0,01 % près.