

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Corrigé

Exercice 1. 9 points

1. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 4.

a. Calculer u_1 .

$$u_1 = u_0 \times 4 = 12.$$

b. Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .

$$u_{n+1} = 4u_n.$$

c. Donner l'expression de u_n en fonction de n .

$$u_n = u_0 \times q^n = 3 \times 4^n.$$

d. Calculer u_{20} .

$$u_{20} = 3 \times 4^{20} = 3\,298\,534\,883\,328.$$

2. Soit (v_n) la suite arithmétique telle que $u_8 = 150$ et de raison 15.

a. Calculer v_0 .

$$(\text{On lit } v_8 = 150.) \quad v_8 = v_0 + 8r \text{ donc } v_0 = 150 - 8 \times 15 = 30.$$

b. Donner l'expression de v_{n+1} en fonction de u_n .

$$v_{n+1} = v_n + 15.$$

c. Donner l'expression de v_n en fonction de n .

$$v_n = v_0 + nr = 30 + 15n.$$

d. Calculer v_{100} .

$$v_{100} = 30 + 15 \times 100 = 1\,530.$$

3. Soit (w_n) la suite arithmétique telle que $w_6 = 95$ et $w_{10} = 67$.

a. Calculer w_0 .

$$\text{De } w_6 \text{ à } w_{10} \text{ on ajoute 4 fois la raison : } r = \frac{67 - 95}{4} = -7. \text{ Donc } w_0 = w_6 - 6r = 95 + 42 = 137.$$

b. Donner l'expression de w_{n+1} en fonction de u_n .

$$w_{n+1} = w_n - 7.$$

c. Donner l'expression de w_n en fonction de n .

$$w_n = 137 - 7n.$$

d. Calculer w_{50} .

$$w_{50} = 137 - 7 \times 50 = -213.$$

Exercice 2. 7 points

Un globe-trotter a comme objectif de parcourir 2 000 km à pied. Il peut parcourir 50 km en une journée, mais, la fatigue s'accumulant, la distance qu'il parcourt diminue de 2% chaque nouvelle journée.

On note la distance d_n la distance parcourue durant le n -ième jour. Le premier jour de son périple, il parcourt donc $d_0 = 50$ km.

1. Calculer la distance parcourue le deuxième jour et le troisième jour.

Diminuer de 2 % revient à multiplier par 0,98 : $d_1 = 50 \times 0,98 = 49$ km et $d_2 = 49 \times 0,98 = 48,02$ km.

2. Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Donnez ses éléments caractéristiques.

(d_n) est géométrique de premier terme $d_0 = 50$ et de raison $q = 0,98$.

3. Déterminer l'expression de d_n en fonction de n .

$d_n = 50 \times 0,98^n$.

4. Au bout de combien de jours se met-il à parcourir moins de 40 km par jour?

À la calculatrice : $d_{11} = 50 \times 0,98^{11} \approx 40,04$ et $d_{12} = 50 \times 0,98^{12} \approx 39,24$.

C'est donc à partir de d_{12} , c'est-à-dire le 13^e jour, qu'il parcourt moins de 40 km.

5. Pour calculer le nombre de jours qu'il faudra au globe-trotter pour atteindre son objectif, on a écrit le programme Python suivant :

```
def nb_jours :  
    n = 0  
    u = 50  
    S = 50  
    While ..... :  
        u = .....  
        S = S + u  
        n = .....  
    return n
```

Compléter les deux lignes incomplètes de ce programme.

While $S < 2000$: $u = u \times 0.98$ (et $n = n + 1$ sur la dernière ligne).

6. En ajoutant tous les termes de u_0 à u_{79} on obtient 2003. Que signifie ce nombre dans le contexte de l'exercice?

En 80 jours il aura parcouru en tout environ 2 003 km : il atteint son objectif de 2 000 km au bout de 80 jours.

Exercice 3. 2 points

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 6$ et de raison 2.

Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison 2.

Tracer ces deux suites sur le graphique ci dessous entre $n = 0$ et $n = 4$.

$u : 6; 8; 10; 12; 14$ $v : 1; 2; 4; 8; 16$

