

Entrainement pour l'épreuve anticipée de Mathématiques

Corrigé

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

1. A. Le nouveau prix est

$$120 \times 1,15 = 138.$$

2. C. Multiplier par 0,75 revient à conserver 75 % du prix initial, donc à faire une baisse de 25 %.

3. C. Une baisse de 20 % correspond à multiplier par 0,8, puis une hausse de 20 % à multiplier par 1,2. Ainsi, le coefficient global est

$$0,8 \times 1,2 = 0,96,$$

donc le prix final est inférieur au prix initial.

4. C. On utilise les règles de calcul sur les puissances :

$$(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6.$$

Les autres égalités sont fausses.

5. A.

$$10 \times 10^{-6} \text{ g} = 10^{-5} \text{ g}.$$

Pour 5 000 grains :

$$5000 \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-2} \text{ g} = 0,05 \text{ g}.$$

6. C. On a

$$u_n = 3n - 1.$$

Donc

$$u_{n+1} - u_n = (3(n+1) - 1) - (3n - 1) = 3.$$

La suite est donc arithmétique de raison 3.

7. B. On additionne x , son double $2x$ et son carré x^2 , ce qui donne

$$x + 2x + x^2 = 3x + x^2.$$

8. B. On résout

$$2x - 6 < 0 \iff 2x < 6 \iff x < 3.$$

L'ensemble des solutions est donc $] -\infty ; 3[$.

9. B. On a

$$A = (1 + t)^3.$$

En prenant la racine cubique :

$$1 + t = \sqrt[3]{A},$$

donc

$$t = \sqrt[3]{A} - 1.$$

10. **B.** Le tableau de signes indique que $g(x)$ s'annule en -3 et est négative avant -3 , positive après -3 . Cela correspond à

$$g(x) = x + 3.$$

11. **C.** On résout

$$\frac{x}{4} + 2 = 5 \iff \frac{x}{4} = 3 \iff x = 12.$$

12. **B.** La moyenne vaut

$$\frac{8 \times 2 + 12 \times 1 + 14 \times 1 + y \times 1}{2 + 1 + 1 + 1} = 12.$$

Donc

$$\frac{16 + 12 + 14 + y}{5} = 12 \iff 42 + y = 60 \iff y = 18.$$

La bonne réponse est donc **C**.

DEUXIÈME PARTIE : (14 points)

Exercice 1

A. Premier modèle

1. Une baisse de 5 % signifie qu'on conserve 95 % de la population :

$$800 \times 0,95 = 760.$$

En 2026, la ruche compte donc **760 abeilles**.

2. Pour tout entier naturel n , u_n désigne le nombre d'abeilles en 2025 + n .

- a. u_3 représente le nombre d'abeilles en **2028**. On calcule :

$$u_3 = 800 \times 0,95^3 = 800 \times 0,857375 = 685,9.$$

Donc, arrondi à l'unité :

$$u_3 \approx 686.$$

- b. La suite (u_n) est **géométrique** de raison

$$q = 0,95.$$

Comme $0 < q < 1$, la suite est **décroissante**.

- c. Le terme général est :

$$u_n = 800 \times 0,95^n.$$

3. On cherche le plus petit entier n tel que

$$u_n < 600.$$

D'après le tableau, on lit :

$$u_5 = 619 \quad \text{et} \quad u_6 = 588.$$

La population passe sous 600 pour la première fois en **2031**, car $2025 + 6 = 2031$.

B. Second modèle

1. En 2026, on a :

$$\nu_1 = 0,95 \times 800 + 60 = 760 + 60 = 820.$$

La population d'abeilles en 2026 est donc **820**.

2. Dans la cellule B3, il faut saisir la formule :

$$=0,95*B2+60.$$

3. D'après le tableau, on lit :

$$\nu_{13} = 994 \quad \text{et} \quad \nu_{14} = 1004.$$

La population dépasse 1 000 pour la première fois en **2039**, car $2025 + 14 = 2039$.

Exercice 2

On considère

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5.$$

1. On calcule :

$$f(0) = -0^2 + 4 \times 0 + 5 = 5,$$

$$f(2) = -2^2 + 4 \times 2 + 5 = -4 + 8 + 5 = 9,$$

$$f(5) = -5^2 + 4 \times 5 + 5 = -25 + 20 + 5 = 0.$$

2. Développons :

$$(x+1)(5-x) = 5x + 5 - x^2 - x = -x^2 + 4x + 5.$$

L'égalité est bien vérifiée.

3. On cherche les antécédents de 0, donc on résout :

$$f(x) = 0 \iff (x+1)(5-x) = 0.$$

Ainsi,

$$x+1=0 \quad \text{ou} \quad 5-x=0,$$

d'où

$$x=-1 \quad \text{ou} \quad x=5.$$

Les antécédents de 0 sont **-1 et 5**.

4. Développons :

$$9 - (x-2)^2 = 9 - (x^2 - 4x + 4) = 9 - x^2 + 4x - 4 = -x^2 + 4x + 5.$$

L'égalité est donc vraie.

5. On a

$$f(x) = 9 - (x-2)^2.$$

Comme $(x-2)^2 \geq 0$, on obtient

$$f(x) \leq 9.$$

La valeur maximale de f est donc **9**, et elle est atteinte pour

$$x=2.$$

6. On sait déjà que $f(0) = 5$. Il manque $f'(0)$ pour pouvoir trouver la tangente.
On a $f'(x) = -2x + 4$ donc $f'(0) = 4$.
Ainsi l'équation de la tangente en 0 est $y = f'(0)(x - 0) + f(0) = 4(x - 0) + 5 = 4x + 5$.
7. Schéma attendu : la courbe est une parabole tournée vers le bas, qui coupe l'axe des abscisses en $x = -1$ et $x = 5$, coupe l'axe des ordonnées en $y = 5$, et admet pour sommet le point $(2 ; 9)$.

Exercice 3

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Étude du tableau

	Filles	Garçons	Total
Test réussi	72	48	120
Test non réussi	38	42	80
Total	110	90	200

a. Affirmation 1 : vraie.

Soient F l'événement « l'élève est une fille » et R l'événement « l'élève a réussi le test ». On calcule :

$$P(F \cup R) = P(F) + P(R) - P(F \cap R).$$

Or

$$P(F) = \frac{110}{200}, \quad P(R) = \frac{120}{200}, \quad P(F \cap R) = \frac{72}{200}.$$

Donc

$$P(F \cup R) = \frac{110 + 120 - 72}{200} = \frac{158}{200}.$$

L'affirmation est vraie.

b. Affirmation 2 : vraie.

Parmi les 80 élèves qui n'ont pas réussi, il y a 42 garçons. La probabilité cherchée vaut donc

$$\frac{42}{80} = 0,525.$$

Elle est bien supérieure à 50 %.

c. Affirmation 3 : vraie.

La probabilité qu'un élève soit une fille et ait réussi est

$$\frac{72}{200} = 0,36.$$

L'affirmation est vraie.

2. Lancers de dés

- a. Le nombre total d'issues possibles pour deux dés équilibrés est

$$6 \times 6 = 36.$$

b. Les issues dont la somme est strictement supérieure à 9 sont :

$$(4, 6), (5, 5), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6).$$

Il y en a 6.

c. Affirmation 4 : vraie.

La probabilité de gagner est donc

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

d. Affirmation 5 : vraie.

Si la probabilité de gagner à un lancer est p , alors :

- gagner exactement une fois au premier puis perdre au second a pour probabilité $p(1 - p)$;
- perdre au premier puis gagner au second a pour probabilité $(1 - p)p$.

Les deux cas sont incompatibles, donc la probabilité totale est

$$p(1 - p) + (1 - p)p = 2p(1 - p).$$

L'affirmation est vraie.