

Épreuve Anticipée de Mathématiques

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Entourer la lettre correspondante.

Question 1 Un logement est loué 650 euros par mois. Le loyer augmente de 4 %. Le nouveau loyer mensuel est :

A. 654 euros	B. 676 euros	C. 694 euros	D. 660 euros
--------------	--------------	--------------	--------------

Question 2 Lucie consacre 40% de son temps libre au sport. 60% du temps consacré au sport est dédié à la natation. La part du temps libre consacrée à la natation est :

A. 100 %	B. 24 %	C. $0,6 + 40 \%$	D. $\frac{40}{60} \%$
----------	---------	------------------	-----------------------

Question 3 Un article subit deux baisses successives de 10 % chacune. Le coefficient multiplicateur global de ces deux baisses est :

A. 0,80	B. 0,81	C. 0,20	D. $0,9 - 0,9$
---------	---------	---------	----------------

Question 4 La seule égalité vraie est :

A. $(4^3)^0 = 4^3$	B. $\frac{6^5}{6^2} = 6^3$	C. $2^4 + 2^4 = 2^8$	D. $3^{-2} = -9$
--------------------	----------------------------	----------------------	------------------

Question 5 L'épaisseur d'un cheveu humain est d'environ 7×10^{-2} mm. L'épaisseur d'une tresse formée de 3 000 cheveux est :

A. 21 cm	B. 210 mm	C. 21 m	D. 2,1 m
----------	-----------	---------	----------

Question 6 Voici quatre distances dans l'espace :

Distance Terre–Lune	384×10^3 km
Distance Terre–Soleil	14960×10^4 km
Distance Terre–Mars (moyenne)	2254×10^5 km
Distance Terre–Jupiter (moyenne)	6283×10^5 km

La plus grande de ces distances est celle séparant la Terre de :

A. la Lune	B. le Soleil	C. Mars	D. Jupiter
------------	--------------	---------	------------

Question 7 On considère une suite arithmétique (u_n) de raison $r = -4$ et de premier terme $u_0 = 30$. La valeur de u_5 est :

A. 50	B. 10	C. -20	D. 26
-------	-------	--------	-------

- Question 8** On considère une suite géométrique (v_n) de raison $q = 3$ et telle que $v_2 = 45$.
La valeur de v_0 est :

A. 135	B. 15	C. 5	D. $\frac{45}{9}$
--------	-------	------	-------------------

- Question 9** On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4$.
Les antécédents de 0 par f sont :

A. 0 uniquement	B. 4 et -4	C. 2 uniquement	D. 2 et -2
-----------------	------------	-----------------	------------

- Question 10** On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de signes est :

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ est :

A. $] -2 ; 4[$	B. $] -\infty ; -2[\cup] 4 ; +\infty[$	C. $[-2 ; 4]$	D. $] -\infty ; -2]$
----------------	--	---------------	----------------------

- Question 11** On considère $B = \frac{1}{2^{-3}}$. On a :

A. $B = -8$	B. $B = \frac{1}{8}$	C. $B = 8$	D. $B = 2^3$
-------------	----------------------	------------	--------------

- Question 12** Voici les températures relevées chaque jour pendant une semaine (en °C) :

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
14	17	13	18	16	20	16

La médiane de cette série est :

A. 16	B. 16,28...	C. 15	D. 17
-------	-------------	-------	-------

DEUXIÈME PARTIE : (14 points)

Exercice 1 – Statistiques et suites

Une entreprise de livraison suit l'évolution du nombre de colis livrés par semaine. Le tableau ci-dessous donne le nombre de colis livrés (en milliers) sur dix semaines consécutives.

Semaine	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Colis (milliers)	12	15	13	18	16	20	19	22	21	24

1. Calculer la moyenne et la médiane du nombre de colis livrés sur ces dix semaines.
2. On souhaite représenter ces données par un nuage de points dans un repère où l'axe des abscisses représente la semaine et l'axe des ordonnées le nombre de colis. Tracer ce nuage de points sur votre copie (axe des abscisses de 0 à 11, axe des ordonnées de 0 à 25).

3. Le responsable modélise cette évolution par une suite arithmétique (u_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par :

$$u_n = 1,2n + 10,4,$$

où n désigne le numéro de la semaine et u_n le nombre de colis livrés (en milliers) prévu par le modèle.

- a. Calculer u_1 et u_{10} .
 - b. Quelle est la raison de cette suite arithmétique? Interpréter cette valeur dans le contexte.
 - c. Selon ce modèle, à partir de quelle semaine le nombre de colis livrés dépassera-t-il 30 000 colis?
4. Le responsable envisage d'embaucher un livreur supplémentaire lorsque la moyenne hebdomadaire dépasse 25 000 colis.
D'après le modèle, à partir de quelle semaine cela se produira-t-il?

Exercice 2 – Étude d'une fonction

Une association gère une piscine municipale. Le bénéfice hebdomadaire (en euros) est modélisé par la fonction f définie sur $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 20x - 32,$$

où x désigne le nombre de centaines de baigneurs accueillis dans la semaine.

1. Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(8)$.
2. Interpréter le signe de $f(0)$ dans le contexte de l'exercice.
3. La courbe de cette fonction est tracée en annexe ainsi que la tangente à f au point d'abscisse 4. Lire graphiquement les valeurs de $f(4)$ et de $f'(4)$. En déduire l'équation de la tangente tracée.
4. Montrer que, pour tout réel x :

$$-2(x-2)(x-8) = -2x^2 + 20x - 32.$$

5. En déduire les valeurs de x pour lesquelles la piscine est à l'équilibre (bénéfice nul). Interpréter ces résultats.
6. Montrer que, pour tout réel x :

$$18 - 2(x-5)^2 = -2x^2 + 20x - 32.$$

7. En déduire le bénéfice maximal de la piscine et le nombre de baigneurs correspondant.

8. On admet que $f'(x) = -4x + 20$.
- Résoudre $f'(x) = 0$.
 - Dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 10]$. On calculera $f(0)$ et $f(10)$.
9. Réaliser un schéma donnant l'allure de la courbe de f sur $[0 ; 10]$, sur lequel apparaîtront les résultats des questions 1., 4. et 6.

Exercice 3 – Probabilités

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Une usine fabrique des pièces mécaniques. Un contrôle qualité a été effectué sur 500 pièces. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

	Machine A	Machine B	Total
Pièce conforme	228	234	462
Pièce non conforme	12	26	38
Total	240	260	500

On choisit une pièce au hasard parmi les 500.

- Quelle est la probabilité que la pièce soit conforme?
 - Quelle est la probabilité que la pièce provienne de la machine B?
- Affirmation 1 :** La probabilité que la pièce soit non conforme **ou** provienne de la machine A est égale à $\frac{286}{500}$.
- On sait que la pièce est non conforme.
- Affirmation 2 :** La probabilité qu'elle provienne de la machine B est supérieure à 68 %.
- Affirmation 3 :** Le taux de non-conformité est plus élevé pour la machine B que pour la machine A.
2. Un joueur lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6. Il gagne si le résultat obtenu est un multiple de 3.
- Quelle est la probabilité de gagner à un seul lancer? On notera p cette probabilité.
 - Le joueur effectue trois lancers indépendants.
- Affirmation 4 :** La probabilité de ne gagner **aucune** fois sur les trois lancers est égale à $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.
- Affirmation 5 :** La probabilité de gagner **exactement deux fois** sur les trois lancers est égale à $3p^2(1-p)$.
 - Affirmation 6 :** La probabilité de gagner **au moins une fois** sur les trois lancers est égale à $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3$.

