

DEVOIR COMMUN - MATHÉMATIQUES - Sujet D - Corrigé

Première partie : automatismes -QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Entourer, sur le sujet, la réponse correspondante choisie.

Questions	Réponses			
1. Par combien faut-il multiplier une quantité positive pour que celle ci augmente de 3,7% :	0,963	1,37	1,037	0,37
2. Dans un lycée, 50 élèves étudient le latin, ce qui représente 4% des élèves inscrits dans ce lycée. Le nombre d'inscrits dans ce lycée est égal à :	1250	2	200	125
3. Un cycliste parcourt 9 km en 12 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne	50 km.h^{-1}	35 km.h^{-1}	40 km.h^{-1}	45 km.h^{-1}
4. Un article augmente de 20% puis baisse de 30% après ces deux évolutions il a	baissé de 84%	baissé de 10%	augmenté de 56%	baissé de 16%
5. Le tiers d'un quart correspond à la fraction :	$\frac{1}{3} \times 4$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{4}$
6. La masse d'un dm^3 d'aluminium est égale à 2700 g. La masse de 200 cm^3 d'aluminium est égale à :	54 g	200 g	540 g	5,4 kg
7. L'image de -1 par la fonction f définie par $f(x) = -2x^2 + 3x + 1$ est :	2	-4	0	-2
8. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$. Un antécédent de 0 par f est :	0	1	2	-1
9. Le volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon r est égal à $V = \pi r^2 h$. On cherche à isoler h . On a :	$h = \frac{r^2}{\pi V}$	$h = \sqrt{\frac{V}{\pi r^2}}$	$h = \frac{\pi r^2}{V}$	$h = \frac{V}{\pi r^2}$
10. La forme factorisée de $16x^2 - 24x + 9$ est :	$(2x + 3)^2$	$(4x - 3)^2$	$(4x + 3)^2$	$(2x + 9)^2$

Deuxième partie

Exercice 1:

6 points

1. a. Le coefficient directeur de f est $1 > 0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.

- b. $f(x) = 0 \iff x = 7$. On a :

x	$-\infty$	7	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

2. a. $g(x) = 1 - (x-2)^2$.
 $= [1 + (x-2)][1 - (x-2)]$
 $= (x-1)(-x+3)$

- b. La forme développée de g est $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

- c. Les antécédents de 0 par g sont les solutions de l'équation $g(x) = 0$.

Équation qui équivaut à $(x-1)(-x+3) = 0$ qui admet pour solution $x = 1$ et $x = 3$.

Les antécédents de 0 par g sont 1 et 3.

- d. Tableau de signes de g .

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$x - 1$	$-$	0	$+$	$+$	
$-x + 3$	$+$	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- e. $g(x) = 1 \iff 1 - (x-2)^2 = .$
 $\iff -(x-2)^2 = 0$
 $\iff x-2 = 0$
 $\iff x = 2$

3. Étude graphiques des fonctions f et g .

- a. $f(4) = -3$ et $f(0) = -7$ donc la courbe de f passe par les points de coordonnée $(4; -3)$ et $(0; -7)$. Tracé de la courbe de f , voir ci-dessous.

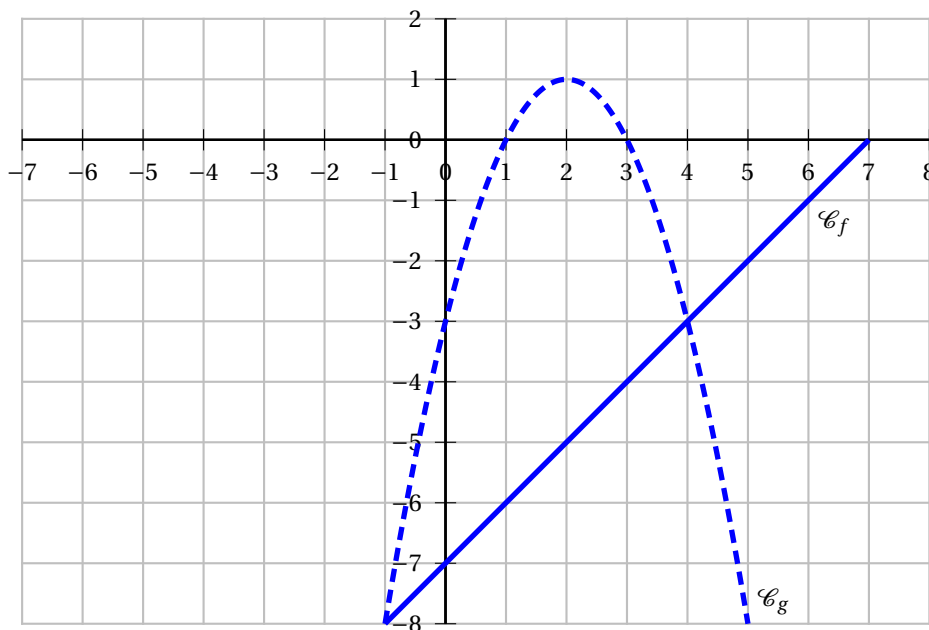
- b. Compléter le tableau suivant (on arrondira au dixième) :

x	-1	0	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$g(x)$	-8	-3	0	0,75	1	0,75	0	-3	-8

- c. Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le repère ci-dessous.

- d. $f(x) = g(x)$ pour $x = -1$ et $x = 4$.

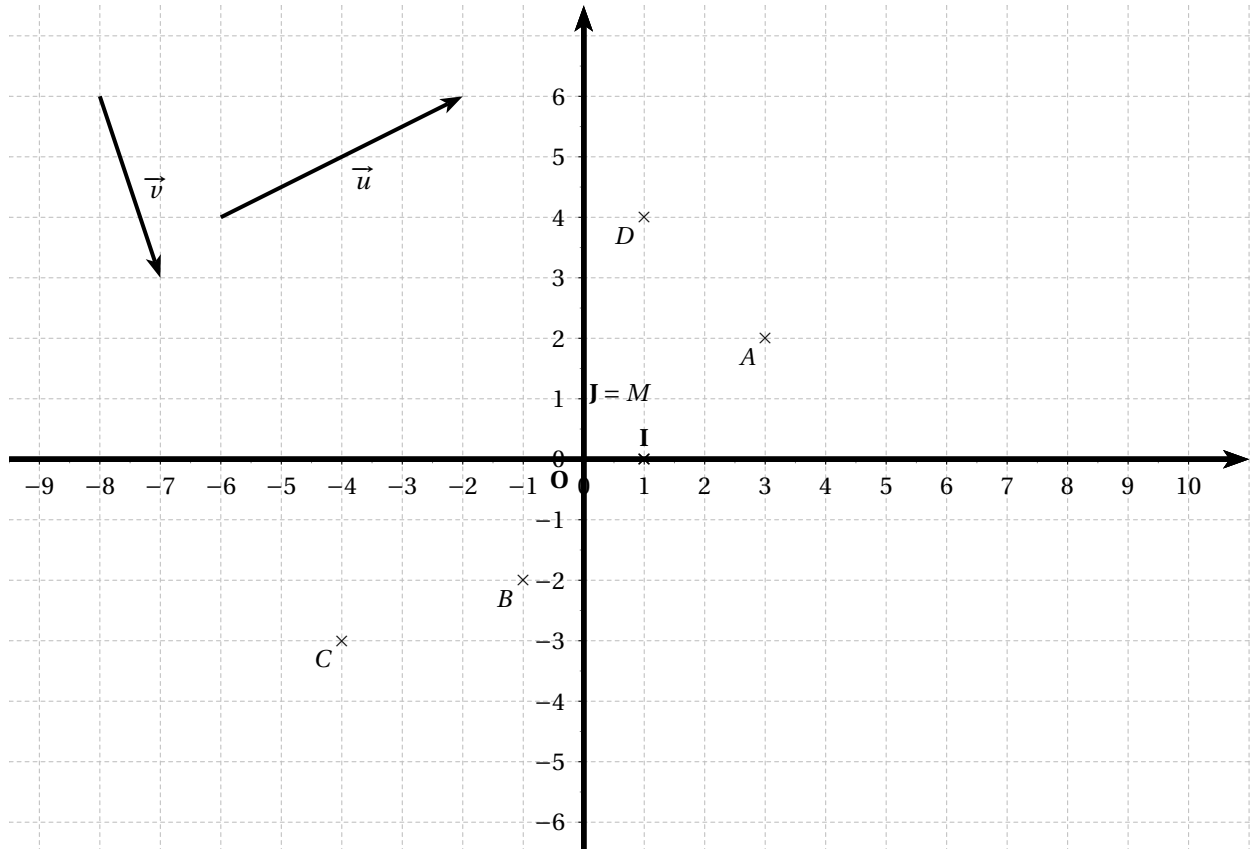
- e. $f(x) \leq g(x)$ pour $x \in [-1 ; 4]$.



Exercice 2:

5,5 points

1. a. Points A et B , voir ci-dessous.



- b. Les coordonnées du point C sont $(-4 ; -3)$ et celle du vecteur $\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- c. Représenter D et $\vec{v}$ sur la figure.
2. a. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1-3 \\ -2-2 \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$.
- b. Les coordonnées de $\vec{w}$ sont $\begin{pmatrix} 3 \times 5 - 4 \times 1 \\ 3 \times 7 - 4 \times (-3) \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 11 \\ 33 \end{pmatrix}$.
3. a. $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$.
 $= \sqrt{(-4-3)^2 + (-3-2)^2}$
 $= \sqrt{49+25}$
 $= \sqrt{74}$
- b. Les coordonnées du point M milieu du segment $[BD]$ sont $\left(\frac{-1+1}{2} ; \frac{-2+4}{2} \right)$ soit $(0 ; 1)$.
4. a. $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} -4 & -7 \\ -4 & -5 \end{vmatrix}$.
 $= -4 \times (-5) - (-4) \times (-7)$
 $= 20 - 28$
 $= -8$
- b. $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires d'où les points A , B et C ne sont pas alignés.
5. $\overrightarrow{MC} \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$ ce qui démontre que $ABCM$ est un parallélogramme.
6. a. Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} x+1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- b. Les droites (AC) et (BF) sont parallèles si et seulement si $\det(\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{AC}) = 0$
 Ce qui conduit à $(x+1) \times (-5) - (-7) \times 3 = 0$
 Équation qui équivaut à $-5x + 16 = 0$ soit $x = \frac{16}{5} = 3,2$.

Exercice 3:

3,5 points

1.
 - a. La moyenne est $\bar{x} = 8,95$, l'étendue est $20 - 1 = 19$, la médiane vaut 8, $Q_1 = 6$, $Q_3 = 12$ et l'écart type $\sigma = 4,37$.
 - b.
 - Au moins 25 % (27 %) des élèves ont 12 ou plus de 12.
 - 50, % (51 %) des élèves ont 8 ou moins de 8.
 - Au moins 25 % (31 %) des élèves ont 6 ou moins de 6.
 - En moyenne, les secondes ont eu 8,95 sur 20 dans cette promotion.
 - c. Les élèves ont été plus réguliers l'année dernière car l'écart-type est plus faible.
 2. Si on augmente toutes les notes de 1 point la moyenne augmente aussi de 1 point. la nouvelle moyenne est 9,95.
 3. $\frac{17 + 22 + 18 + 24 + 12 + 8 + 10 + 7}{200} = \frac{118}{200} = \frac{59}{100}$. 59 % des élèves ont une note appartenant à l'intervalle [6; 13].
 4. $\frac{10 + 7 + 9 + 9 + 8 + 3 + 2 + 3 + 3}{200} = \frac{54}{200} = \frac{27}{100}$. Donc 27 % des élèves ont eu au moins 12.

Exercice 4:

Bonus 1 points

Si on note x la longueur d'un côté du carré central. $x - 2$ est la longueur d'un côté du petit carré et $x + 2$ la longueur d'un côté du grand carré.

La somme des trois aires est donc $(x - 2)^2 + x^2 + (x + 2)^2$ soit encore $x^2 - 4x + 4 + x^2 + x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 8$

Si la somme des aires des trois carrés soit égale à 80 cm^2 alors x est solution de l'équation $3x^2 + 8 = 80$.

Équation qui équivaut à $3x^2 = 72$ soit $x^2 = 24$ dont on cherche la solution positive (longueur)

La longueur d'un côté du carré central est donc $x = \sqrt{24}$.