

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1. (6 points)

On lance deux dés cubiques équilibrés numérotés de 1 à 6. On note alors la somme des deux numéros sortis.

1. Quel est l'univers Ω de toutes les issues possibles?

$\Omega = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$. Ces issues ne sont pas équiprobables : on raisonne sur les $6 \times 6 = 36$ couples de numéros, eux équiprobables.

2. Quelle est la probabilité que le résultat soit 2?

Seul le couple (1; 1) convient : $P = \frac{1}{36}$.

3. Quelle est la probabilité que le résultat soit 6?

Couples (1;5), (2;4), (3;3), (4;2), (5;1) : $P = \frac{5}{36}$.

La porte d'entrée d'un immeuble est muni d'un clavier de cinq touches marquées par les lettres A, B, C, D et E.

Le code qui déclenche l'ouverture de la porte est formé d'une série de deux lettres (qui peuvent être identiques).

4. Déterminer le nombre de codes différents possibles.

5 choix pour la première lettre et 5 pour la seconde : $5 \times 5 = 25$ codes.

5. Quelle est la probabilité que le code comporte au moins une fois la lettre A.

Codes sans A : $4 \times 4 = 16$. Donc $25 - 16 = 9$ codes contiennent au moins un A : $P = \frac{9}{25} = 0,36$.

Exercice 2. (4 points)

Une campagne de prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage et sur l'éclairage de 400 véhicules :

- 60 des 400 véhicules présentent un défaut de freinage.
- 140 des 400 véhicules présentent un défaut d'éclairage.
- 45 véhicules présentent à la fois un défaut de freinage et un défaut d'éclairage.

On choisit un véhicule au hasard parmi ceux qui ont été examinés. Quelle est la probabilité que :

1. le véhicule présente un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage?

$60 - 45 = 15$ véhicules : $P = \frac{15}{400} = 0,0375$.

2. le véhicule présente un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage?

$140 - 45 = 95$ véhicules : $P = \frac{95}{400} = 0,2375$.

3. le véhicule ne présente aucun des deux défauts?

$400 - (15 + 95 + 45) = 245$ véhicules : $P = \frac{245}{400} = 0,6125$.

4. le véhicule présente au moins un des deux défauts?

$15 + 95 + 45 = 155$ véhicules : $P = \frac{155}{400} = 0,3875$ (ou $1 - 0,6125$).

Exercice 3. (8 points)

Voici les résultats d'un sondage effectué en 1999 auprès de 2 000 personnes, à propos d'Internet :

- 40% des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet,
- 35% des personnes interrogées ont moins de 30 ans et, parmi celles-ci, quatre cinquièmes déclarent être intéressées par Internet,
- 30% des personnes interrogées ont plus de 60 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

On choisit au hasard une personne parmi les 2 000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :

A : « la personne interrogée a moins de 30 ans »,

B : « la personne interrogée est intéressée par Internet ».

1. Représenter la situation avec un arbre ou un tableau. **Tableau d'effectifs :**

	Intéressées	Non intéressées	Total
Moins de 30 ans	560	140	700
De 30 à 60 ans	150	550	700
Plus de 60 ans	90	510	600
Total	800	1 200	2 000

2. Calculer la probabilité $P(A)$.

$$P(A) = 0,35.$$

3. Calculer la probabilité $P(B)$.

$$P(B) = 0,40.$$

4. Définir par une phrase l'événement $\bar{A}$ puis calculer $P(\bar{A})$.

$$\bar{A} : \text{« la personne a 30 ans ou plus »}. P(\bar{A}) = 1 - 0,35 = 0,65.$$

5. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$.

$$A \cap B : \text{« la personne a moins de 30 ans et est intéressée par Internet »}. P(A \cap B) = \frac{560}{2000} = 0,28.$$

6. Définir par une phrase l'événement $A \cup B$ puis calculer $P(A \cup B)$.

$$A \cup B : \text{« la personne a moins de 30 ans ou est intéressée par Internet »}. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,35 + 0,4 - 0,28 = 0,47.$$