

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Exercice 1 (6 points)

1. Moyenne arithmétique de 472 et 1898 :

$$\frac{472 + 1898}{2} = \frac{2370}{2} = 1185$$

2. Moyenne géométrique de 256 et 1024 :

$$\sqrt{256 \times 1024} = \sqrt{262144} = 512$$

3. Suite arithmétique (w_n) de raison -15 avec $w_{40} = 620$:

$$w_0 = w_{40} - 40 \times (-15) = 620 + 600 = 1220$$

$$w_{90} = w_0 + 90 \times (-15) = 1220 - 1350 = -130$$

La suite devient négative dès que $w_n < 0$, donc

$$1220 + n \times (-15) < 0 \implies n > \frac{1220}{15} \approx 81,33$$

La première valeur négative est donc pour $n = 82$.

4. Suite géométrique (z_n) telle que $z_5 = 243$ et $z_7 = 2187$:

$$q = \frac{z_7}{z_5} = \frac{2187}{243} = 9$$

$$z_0 = \frac{z_5}{q^5} = \frac{243}{9^5} = \frac{243}{59049} = \frac{1}{243}$$

$$z_{10} = z_0 \times q^{10} = \frac{1}{243} \times 9^{10} = \frac{1}{243} \times 3486784401 = 14348907$$

5. Somme $45 + 90 + 180 + \dots + 11520$: Suite géométrique de premier terme 45, raison 2, dernier terme 11520.

$$45 \times 2^{n-1} = 11520 \implies 2^{n-1} = \frac{11520}{45} = 256 \implies n-1 = 8 \implies n = 9$$

Somme :

$$S = 45 \times \frac{1 - 2^9}{1 - 2} = 45 \times (512 - 1) = 45 \times 511 = 22995$$

Exercice 2 (12 points)

1. Nombre d'utilisateurs au 1er janvier 2026 :

$$150 \times 1,2 = 180 \text{ milliers}$$

2. On peut modéliser par une suite géométrique car le nombre augmente chaque année d'un même pourcentage (20%), donc est multiplié par un facteur constant.

3. Premier terme et raison :

$$u_0 = 150, \quad q = 1,2$$

4. Relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n \times 1.2$$

5. Formule explicite :

$$u_n = 150 \times (1.2)^n$$

6. Nombre prévu au 1er janvier 2040 ($n = 15$) :

$$u_{15} = 150 \times (1.2)^{15} \approx 150 \times 15,4 = 2310 \text{ milliers}$$

7. Calcul de u_4 :

$$u_4 = 150 \times (1.2)^4 = 150 \times 2,0736 = 311 \text{ milliers}$$

Ce nombre correspond au nombre d'utilisateurs au 1er janvier 2029.

8. Recettes totales entre 2025 et 2040 (16 années) :

$$S = 150 \times \frac{1 - (1.2)^{16}}{1 - 1.2} = 150 \times \frac{1 - 35,6}{-0,2} = 150 \times 173 = 25950 \text{ milliers}$$

Recettes en euros :

$$25950 \times 1000 \times 6 = 155700000 \text{ €}$$

9. Fonction Python complétée :

```
def abonnees():  
    annee = 2025  
    u = 150000  
    while u <= 200000000:  
        u = u * 1.2  
        annee = annee + 1  
    return annee
```

Valeur renvoyée : 2065