

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Ex 2	Barème	Ex 3	Barème	Ex 4	Barème	Communiquer	Barème
1.	/1	1. 2.	/1	1.	/1	1.	/1		/2
2.	/1	3.	/1,5	2.	/2	2.	/1		
3. 4.	/3	4.	/1,5	3.	/1				
				4.	/2				
				5.	/1				

Exercice 1. (5 points)

1. $f(x) = 15 \times 0,89^x$ est décroissante (car $0,89 < 1$).
 $g(x) = 0,15 \times 89^x$ est croissante (car $89 > 1$).

2. On cherche n tel que $(1,08)^n = 1,8$.
 Par dichotomie on déduit que $n = 8$ mois car :
 $(1,08)^{7,63} \approx 1,799$
 $(1,08)^x \approx 1,8004$.

3.

$$\frac{(7^{25} \times 7^{2x})^{30}}{7^{5x} \times 7^{120}} = 7^{750+60x-5x-120} = 7^{630+55x}.$$

4.

$$\frac{(5^{30} \times 5^{15} \times 5^x)^{10} \times 5 \times 7^3}{\sqrt{5} \times 25^{12} \times 5^{2x}} = 5^{426,5+8x} \times 7^3.$$

Exercice 2. (4 points)

1. $f(0) = 200\,000$ bactéries.
 2. $1,1 > 1 \Rightarrow$ la fonction est croissante, le nombre de bactéries augmente.
 3. $t = 2,75$ heures :

$$f(2,75) = 200\,000 \times 1,1^{2,75} \approx 243\,741.$$

4. Trouver t tel que $f(t) = 3 \times 200\,000 = 600\,000$:

$$200\,000 \times 1,1^t = 600\,000 \Rightarrow 1,1^t = 3 \Rightarrow t = \frac{\ln 3}{\ln 1,1} \approx 11 \text{ heures.}$$

Exercice 3. (9 points)

1. $f(1) = 6e^{-1} = \frac{6}{e}$.
 2. $f'(x) = (10)e^{-x} + (10x-4)(-e^{-x}) = (10-10x+4)e^{-x} = (-10x+14)e^{-x}$.
 3. $f'(1) = (-10 \times 1 + 14)e^{-1} = 4e^{-1} = \frac{4}{e}$. Cette valeur correspond à la pente de la tangente T_1 en $x = 1$.
 4. Le facteur e^{-x} est toujours positif. Le signe de $f'(x)$ dépend de $-10x + 14$:

$$-10x + 14 > 0 \iff x < 1,4.$$

Donc f est strictement croissante sur $] -\infty, 1,4[$ et strictement décroissante sur $]1,4, +\infty[$.

5. Le maximum est atteint en $x = \frac{14}{10} = 1,4$ et vaut :

$$f(1,4) = (10 \times 1,4 - 4)e^{-1,4} = 10e^{-1,4}.$$

Exercice 4. (2 points)

1. $f'(x) = -7e^{-7x}$.

2. $\int e^{-7x} dx = -\frac{1}{7}e^{-7x} + C$, avec $C \in \mathbb{R}$.