

DS de Mathématiques - Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Communiquer	Barème
1. 2.	/3	1. 2.	/2		/2
3. 4.	/3	3. 4. 5.	/4		
5.	/1	6.	/2		
6. 7.	/3				

Nom et prénom :

Exercice 1. (10 points)

1. Montrer que $\ln\left(\frac{x^4}{9}\right) - 3\ln(x) + \ln\left(\frac{9}{x}\right) = 0$.
2. Simplifier au maximum l'expression $2\log(5x) - \log(x+2) + \log(20) + 3\ln(10)$.
3. Donner la valeur exacte de la solution de l'équation $3^{-0,016x} - 2 = 0$.
4. On note $f(t)$ la température (en °C) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à expresso. On admet, pour tout $t \in [0 ; +\infty[$, l'expression suivante :

$$f(t) = 60e^{-0,08t} + 23.$$

Au bout de combien de temps la température du café sera-t-elle inférieure ou égale à 44 °C ?

5. Donner, en expliquant, la valeur de la limite à l'infini de la fonction

$$g(x) = -10,8e^{-t} - 2.$$

6. Dériver la fonction $g(x) = \ln(10x^2 + 3x + 1)$.
7. Dériver la fonction $i(x) = \ln(2x - 1) \times \sin(x)$.

Exercice 2. (8 points)

Lors d'un concert de musique rock organisé dans la ville de Venise, une scène flottante était placée à 120 m au large de la côte et donc des spectateurs du premier rang. Cette configuration particulière a posé des problèmes d'acoustique liés à l'atténuation différentielle du son émis par les différents instruments, notamment du fait de l'influence de la fréquence du son sur la directivité de l'émission par les haut-parleurs.

Le niveau sonore L (en dB) d'une onde sonore est relié à son intensité acoustique I (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) par la relation :

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}, \text{ où } I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^2.$$

On étudie mathématiquement le modèle obtenu en introduisant les fonctions f et g définies sur $[1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 148 - 10 \ln(x) \text{ et } g(x) = 136 - 7,5 \ln(x).$$

Ces fonctions modélisent respectivement les niveaux sonores du La1 et du Fa4 en fonction de la distance x en mètres.

1. Déterminer une expression de $f'(x)$.
2. En déduire le sens de variation de la fonction $f(x)$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ (arrondir le résultat à 10^{-1}).
4. En déduire la distance des enceintes à laquelle doit se trouver le public pour que les deux notes aient le même niveau sonore.
5. Quel est alors le niveau sonore du son reçu par les spectateurs pour ces deux notes à cette distance?
6. Ce niveau sonore correspond à quelle intensité acoustique?