

Corrigé du DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Exercice 1. (6 points)

1. X suit une loi binomiale de paramètres $n = 300$ et $p = 0,97$. En effet on répète 300 fois une expérience, chaque répétition est identique et indépendante.
2. $E(X) = np = 300 \times 0,97 = 291$. En moyenne, on peut commercialiser 291 pièces sur 300.
3. $P(X = 299) = (0,97)^{299} (0,03)^1 \binom{300}{299} \approx 0,0107$.
4. $P(X \leq 297) = 1 - P(X = 300) - P(X = 299) - P(X = 298) \approx 0,9943$.
5. 14 pièces non commercialisables signifie 286 commercialisables, donc

$$P(X = 286) = (0,97)^{286} (0,03)^{14} \binom{300}{286} \approx 0,0318.$$

Exercice 2. (7 points)

1. $z^2 = 25 \iff z = 5$ ou $z = -5$.
2. On pose $z = a + bi$.
 $(a + bi)^2 = 5i \iff a^2 + 2bi - b^2 = 5i$
Cela implique que $a^2 - b^2 = 0$ et que $2bi = 5i$.
Ainsi $b = 2,5$ grâce à la seconde équation.
La première nous donne alors $a^2 - 2,5^2 = 0 \iff a^2 = 6,25 \iff a = 2,5$ ou $a = -2,5$.
3. $z + \bar{z} = 0 \iff$ la partie réelle vaut 0 donc z est un imaginaire pur.
4. $z_2 = 5e^{i\frac{15\pi}{6}} = 5(\cos(\frac{15\pi}{6}) + i\sin(\frac{15\pi}{6})) = 5(0 + i) = 5i$ sous forme algébrique.
5. Donner la partie réelle, la partie imaginaire, le module et un argument de $z_1 = 5\sqrt{2}e^{i\frac{-\pi}{4}}$.

Exercice 3. (3 points)

1. Oui, c'est une loi binomiale avec $n=4$ et p est inconnu. On répète 4 fois une expérience identique. Ces expériences sont indépendantes car on l'effectue avec remise.
2. Non, car la variable aléatoire est la somme des faces et non le nombre de succès.
3. Non ce n'est pas une loi binomiale. Il n'y a pas de remise donc les tirages ne sont pas indépendants.

Exercice 4. (2 points)

$a = e^{i\frac{\pi}{12}}$ affixe du point A.

1. $b = 2a^3 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$.
2. Le côté OA vaut 1, c'est le module de a .
Le côté OB vaut 2, c'est le module de b .
Le triangle n'est donc pas équilatéral.