DS de Mathématiques – Corrigé

Exercice 1.

1. Donner un encadrement au dixième près de $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{3} = 0,333\ldots$$

Donc :

$$\boxed{0,3 < \frac{1}{3} < 0,4}.$$

2. Arrondir $\sqrt{3}$ au millième près.

$$\sqrt{3} = 1,732050\ldots$$

Donc, au millième près :

$$\boxed{\sqrt{3} \approx 1,732}.$$

3. Quelle est l'aire d'un rectangle de longueur 7 et de largeur 3 ?

L'aire d'un rectangle est donnée par :

$$\text{Aire} = \text{longueur} \times \text{largeur}.$$

Donc :

$$\text{Aire} = 7 \times 3 = 21.$$

L'aire du rectangle est donc égale à :

$$\boxed{21}.$$

4. Résoudre $5x + 20 = 12$.

$$\begin{aligned} 5x + 20 &= 12 \\ 5x &= 12 - 20 \\ 5x &= -8 \\ x &= -\frac{8}{5}. \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{x = -\frac{8}{5}}.$$

5. Dire quel est le plus petit ensemble qui contient ces nombres :

a. $\sqrt{25} \in \ldots\ldots$

$$\sqrt{25} = 5.$$

Or 5 est un nombre naturel. Ainsi :

$$\boxed{\sqrt{25} \in \mathbb{N}}.$$

b. $\dfrac{3}{4} \in \ldots\ldots$

$$\frac{3}{4} = 0,75.$$

C'est un nombre décimal. Ainsi :

$$\boxed{\frac{3}{4} \in \mathbb{D}}.$$

Exercice 2.

1. Si $x \in [\,-5\,;\,10\,[$ alors $-5x+2$ appartient exactement à quel intervalle ?

La fonction $x \longmapsto -5x+2$ est décroissante car le coefficient de x est négatif.

Pour $x = -5$, on obtient :

$$-5 \times (-5) + 2 = 27.$$

Lorsque x tend vers 10 sans atteindre 10, on obtient :

$$-5x+2 \longrightarrow -5 \times 10 + 2 = -48.$$

La valeur -48 n'est pas atteinte, tandis que la valeur 27 est atteinte.

Donc :

$$\boxed{-5x+2 \in]-48\,;\,27]}.$$

2. Si $x \in \mathbb{N}$, quel est le plus petit ensemble qui contient $3x-1$?

Si $x \in \mathbb{N}$, alors $3x \in \mathbb{N}$. Cependant, pour $x = 0$, on a :

$$3x - 1 = -1.$$

Le nombre $3x-1$ n'est donc pas toujours naturel, mais il est toujours un entier relatif.

Ainsi :

$$\boxed{3x - 1 \in \mathbb{Z}}.$$

3. Décrire $[\,-5\,;\,10\,[$ avec une inéquation.

Le nombre -5 appartient à l'intervalle et le nombre 10 n'y appartient pas.

Donc :

$$\boxed{-5 \leq x < 10}.$$

4. Dessiner $[\,-5\,;\,10\,[$ sur la droite des réels.



Exercice 3.

Soient :

$$A = [\,-1\,;\,3\,], \qquad B =]\,-2\,;\,2\,], \qquad C =]\,2\,;\,+\infty\,[.$$

1. Est ce que le nombre π appartient à l'intervalle A ?
À l'intervalle B ?
À l'intervalle C ?

On sait que :

$$\pi \approx 3,14.$$

Comme $3,14 > 3$, on a :

$$\pi \notin A.$$

Comme $3,14 > 2$, on a aussi :

$$\pi \notin B.$$

Enfin, puisque $3,14 > 2$, on a :

$$\boxed{\pi \in C}.$$

2. À quel intervalle est égal $A \cap B$?

L'intersection contient les nombres qui appartiennent simultanément à A et à B.

Or :

$$A = [-1\,;\,3] \qquad \text{et} \qquad B =]-2\,;\,2].$$

Les bornes communes sont -1 et 2, et elles sont toutes les deux incluses.

Donc :

$$\boxed{A \cap B = [-1\,;\,2]}.$$

3. Décrire $A \cap B$ avec une inéquation.

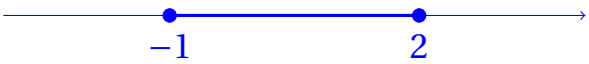
Puisque :

$$A \cap B = [-1\,;\,2],$$

on a :

$$\boxed{-1 \leq x \leq 2}.$$

4. Dessiner $A \cap B$ sur la droite des réels.



5. À quel intervalle est égal $A \cup C$?

On a :

$$A = [-1\ ;\ 3] \qquad \text{et} \qquad C =]2\ ;\ +\infty[.$$

Les intervalles se recouvrent sur $]2\ ;\ 3]$. Leur réunion commence donc à -1, qui est inclus, et se prolonge jusqu'à $+\infty$.

Ainsi :

$$\boxed{A \cup C = [-1\ ;\ +\infty[}.$$

6. À quel intervalle est égal $B \cap C$?

L'intervalle B contient les nombres inférieurs ou égaux à 2, alors que l'intervalle C contient les nombres strictement supérieurs à 2.

Il n'y a donc aucun nombre commun aux deux intervalles.

Ainsi :

$$\boxed{B \cap C = \varnothing}.$$