# DS de Mathématiques - 1 heure - Corrigé

## Nom Prénom :

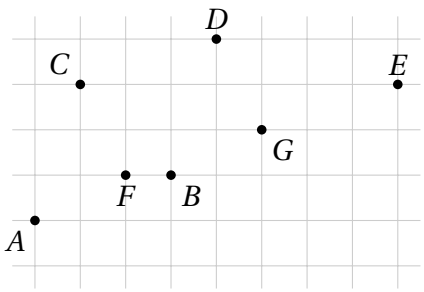
**Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant chaque fois.**

| Question | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Exercice 1 | /1,5 | /1 | /1 | /1 | /1,5 | | | /6 |
| Exercice 2 | /1,5 | /1 | /1 | /1 | /1,5 | | | /6 |
| Exercice 3 | /1 | /1 | /0,5 | /1 | /1,5 | /1,5 | /1,5 | /8 |

### Exercice 1. (6 points) – Vecteurs

**1.** Soit $RSTU$ un parallélogramme. Simplifier $\overrightarrow{RS} - \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{UR} + \overrightarrow{UT}$.
$\overrightarrow{RS} - \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{UR} + \overrightarrow{UT} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} + \overrightarrow{UR} + \overrightarrow{UT} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{UR} + \overrightarrow{UT}$
$= \overrightarrow{UR} + \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{UT} = \overrightarrow{UT} + \overrightarrow{UT} = 2\overrightarrow{UT}$.
Comme $RSTU$ est un parallélogramme, $\overrightarrow{UT} = \overrightarrow{RS}$ : la somme vaut $2\overrightarrow{UT} = 2\overrightarrow{RS}$.

On considère les points $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ et $G$ placés sur le quadrillage ci-contre.




**2.** Citer deux vecteurs colinéaires.
Par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ : ils sont égaux (3 carreaux vers la droite et 1 vers le haut), donc $\overrightarrow{CD} = 1 \times \overrightarrow{AB}$. Autres réponses possibles : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ …

**3.** Déterminer le réel $k$ tel que $\overrightarrow{EF} = k\overrightarrow{AB}$.
De $E$ à $F$ : 6 carreaux vers la gauche et 2 vers le bas, soit le double de $\overrightarrow{AB}$ en sens contraire : $\overrightarrow{EF} = -2\overrightarrow{AB}$, $k = -2$.

**4.** Quel point $M$ vérifie $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ?
$\overrightarrow{AB}$ : 3 carreaux vers la droite et 1 vers le haut ;
$\overrightarrow{AC}$ : 1 carreau vers la droite et 3 vers le haut. La somme : 4 carreaux vers la droite et 4 vers le haut depuis $A$, on arrive en $D$. Donc $M = D$.

**5.** Le quadrilatère $ABGF$ est-il un parallélogramme ? Justifier.
De $A$ à $B$ comme de $F$ à $G$ : 3 carreaux vers la droite et 1 vers le haut, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FG}$. Donc $ABGF$ est un parallélogramme.

## Exercice 2. (6 points) – Ensembles de nombres et intervalles

1. Recopier et compléter avec $\in$ ou $\notin$ :

$$\frac{21}{7} \in \mathbb{N} \qquad \frac{2}{3} \notin \mathbb{D} \qquad \sqrt{16}-5 \notin \mathbb{N} \qquad \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \in \mathbb{Z}$$

$\frac{21}{7} = 3$ ; $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$ a une infinité de décimales ; $\sqrt{16}-5 = -1$ ; $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2$.

On considère les intervalles $I = [-3\ ;\ 4[$ et $J = ]1\ ;\ +\infty[$.

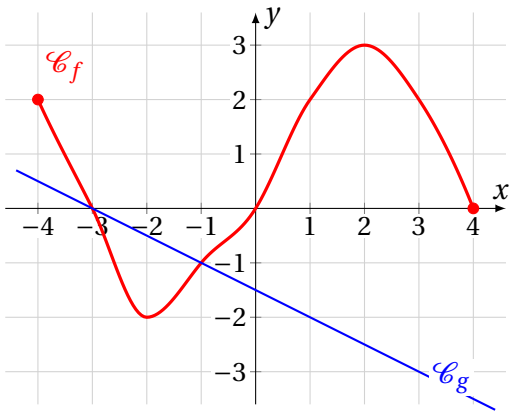
2. Écrire $I \cap J$ sous forme d'un intervalle.
   $I \cap J = ]1\ ;\ 4[$ (réels à la fois dans $I$ et dans $J$).
3. Écrire $I \cup J$ sous forme d'un intervalle.
   $I \cup J = [-3\ ;\ +\infty[$.
4. Décrire $I \cap J$ par une inéquation.
   $x \in I \cap J \iff 1 < x < 4$.
5. On sait que $x \in [-2\ ;\ 3[$. À quel intervalle appartient exactement $-2x+5$ ?
   $-2 \leqslant x < 3$ donc $4 \geqslant -2x > -6$ (multiplication par $-2 < 0$ : on change le sens), puis $9 \geqslant -2x+5 > -1$.
   Donc $-2x+5 \in ]-1\ ;\ 9]$.

## Exercice 3. (8 points) – Généralités sur les fonctions

**Partie A.** Un robot d'entraînement lance une balle vers le haut. Une modélisation donne la hauteur de la balle, en mètres, par $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$, où $t \in [0\ ;\ 4]$ est le temps écoulé en secondes.

1. Le point $M(3\ ;\ 15)$ appartient-il à la courbe de $h$ ? Justifier par le calcul.
   $h(3) = -5 \times 9 + 60 + 1 = 16 \neq 15$ : $M$ n'appartient pas à la courbe de $h$.
2. Vérifier que 0 et 4 sont des antécédents de 1 par $h$.
   $h(0) = 1$ et $h(4) = -5 \times 16 + 80 + 1 = 1$ : 0 et 4 sont des antécédents de 1 par $h$.

**Partie B.** On donne ci-contre la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction $f$ définie sur $[-4\ ;\ 4]$ et la droite $\mathscr{C}_g$ représentant la fonction $g$ définie par $g(x) = -0{,}5x - 1{,}5$.




**3.** Lire l'image de 2 par $f$.

$f(2) = 3$.

**4.** Lire les antécédents de 2 par $f$.

Abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée 2 : $-4$ ; 1 ; 3.

**5.** Résoudre graphiquement $f(x) < 0$.

$\mathscr{C}_f$ est strictement sous l'axe des abscisses : $S = ]-3\ ;\ 0[$.

**6.** Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant g(x)$.

$\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent en $x = -3$ et $x = -1$ ; $\mathscr{C}_f$ est sur ou au-dessus de $\mathscr{C}_g$ : $S = [-4\ ;\ -3] \cup [-1\ ;\ 4]$.

**7.** La fonction $f$ est-elle impaire ? Justifier.

On lit $f(-2) = -2$ et $f(2) = 3$ : $f(-2) \neq -f(2)$. Donc $f$ n'est pas impaire (sa courbe n'est pas symétrique par rapport à l'origine).