

DS de Mathématiques - Intégration

Dure 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant chaque fois.

Exercice 1	Barème	Ex 2	Barème	Ex 3	Barème
1.	/1	1.	/1	1.	/2
2.	/1	2.	/1	2.	/0,5
3.	/1	3.	/1	3.	/1
3.	/1	3.	/1	4.	/0,5

Exercice 1. (3 points)

1. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \cos(x) + 3x^2 - 5x + 2.$$

$$f'(x) = -\sin(x) + 6x - 5.$$

2. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x\sqrt{x}$.

$$u' = 3.$$

$$v' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

$$g'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{3x}{2\sqrt{x}}.$$

3. Déterminer la primitive H de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 4x^3 - 6x + 7 \text{ telle que } H(0) = 10.$$

$$H(x) = x^4 - 3x^2 + 7x + c.$$

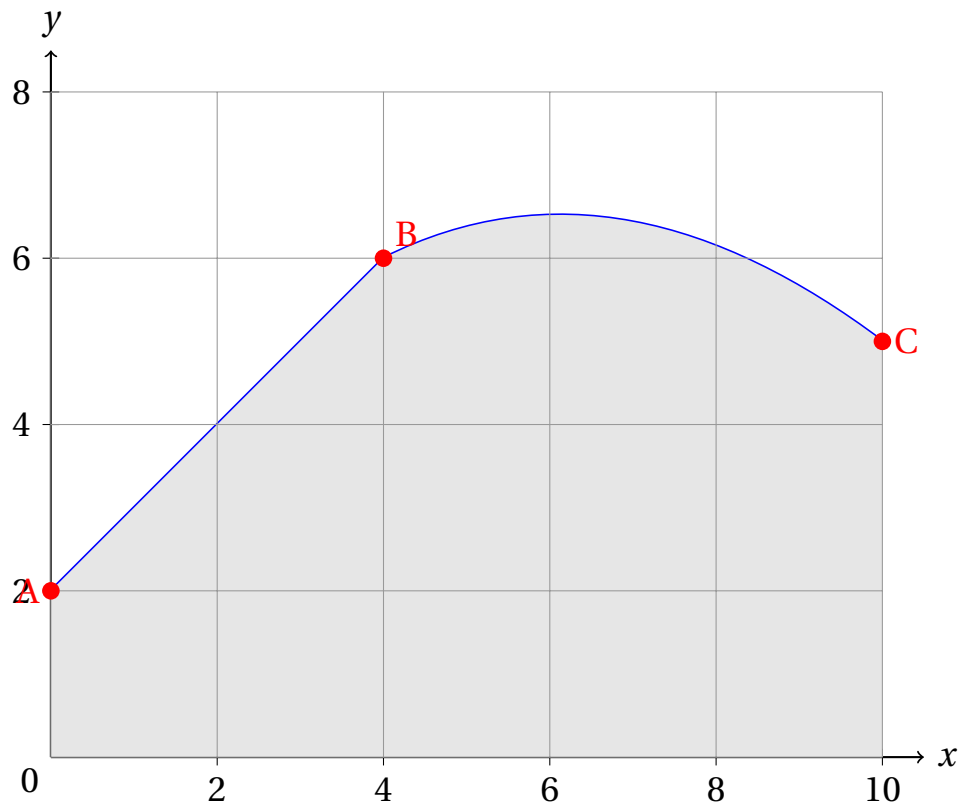
$$\text{De plus } H(0) = c = 10.$$

$$\text{Donc } H(x) = x^4 - 3x^2 + 7x + 10.$$

Exercice 2. (3 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ dont la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous et est constituée de deux parties :

- un segment $[AB]$ entre les points $A(0 ; 2)$ et $B(4 ; 6)$;
- une courbe entre les points $B(4 ; 6)$ et $C(10 ; 5)$.



1. Donner une valeur **exacte** de l'aire de la zone grisée située entre $x = 0$ et $x = 4$.

L'aire vaut 4 carreaux donc 16 u.a.

2. Donner une valeur **approchée** de l'aire de la zone grisée située entre $x = 4$ et $x = 10$.

L'aire vaut environ 9,2 carreaux donc 36,8 u.a.

3. En déduire une estimation de l'intégrale de f entre 0 et 10.

$$\int_0^{10} f(x) dx \approx 16 + 36,8 \approx 52,8$$

Exercice 3. (4 points)

Dans un circuit électrique, la puissance instantanée consommée, en watts, est modélisée par la fonction p définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par :

$$p(t) = t^2 - 2t + 3$$

Avec t qui représente le temps en heures.

1. Calculer la valeur exacte de $\int_0^3 p(t) dt$.

Une primitive de la fonction est : $P(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + 3t$.

$$\text{On a donc } \int_0^3 p(t) dt = P(3) - P(0) = \frac{3^3}{3} - 3^2 + 3 \times 3 - \left(\frac{0^3}{3} - 0^2 + 3 \times 0 \right) = 9.$$

2. Que signifie, dans le contexte de l'exercice, la valeur trouvée à la question précédente?

C'est l'énergie totale consommée entre l'instant $t = 0$ et l'instant $t = 3$.

3. L'énergie consommée entre les instants $t = 3$ et $t = 5$ heures est de 22,7 watt-heures (Wh). En déduire l'énergie consommée entre les instants $t = 0$ et $t = 5$ heures. **Arrondir au dixième.**

On ajoute simplement ce qui a été consommé sur l'intervalle $[0; 3]$ et sur l'intervalle $]3; 5]$. La consommation totale est de $9 + 22,7 = 31,7$ Wh.

4. Quelle est la puissance moyenne consommée entre $t = 0$ h et $t = 5$ h?

On divise par le nombre d'heures écoulées, donc par 5, pour avoir la moyenne.

Cela donne $\frac{31,7}{5} = 6,34$ watts par heure.