

DS de Mathématiques - Suites arithmétiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1. (3 points)

1. Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 150$ et pour raison $r = 40$. Calculer u_7 .

$$u_7 = u_0 + 7r = 150 + 7 \times 40 = 430.$$

2. Que vaut la moyenne arithmétique entre 756 et 1844 ?

$$\frac{756 + 1844}{2} = 1300.$$

3. Un magasin compte 8 500 clients par mois. Son nombre de clients augmente de 150 clients par mois. Cette situation peut-elle se modéliser par une suite arithmétique? Justifier.

Oui : chaque mois on ajoute le même nombre, 150. On peut modéliser par une suite arithmétique de premier terme 8 500 et de raison 150.

Exercice 2. (3 points)

On considère une suite arithmétique (v_n) telle que $v_5 = 38$ et $r = 5$.

1. Déterminer la valeur de v_0 .

$$v_5 = v_0 + 5r \text{ donc } v_0 = 38 - 5 \times 5 = 13.$$

2. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .

$$v_{n+1} = v_n + 5.$$

3. Exprimer v_n en fonction de n .

$$v_n = v_0 + nr = 13 + 5n.$$

4. Calculer la valeur de v_{50} .

$$v_{50} = 13 + 5 \times 50 = 263.$$

Exercice 3. (4 points)

Une bibliothèque municipale observe l'évolution du nombre de livres empruntés chaque mois. Le nombre d'emprunts mensuels forme une suite arithmétique. En septembre 2026, la bibliothèque a enregistré 1 200 emprunts. En décembre 2026 (3 mois après), elle en a enregistré 1 650.

On note w_n le nombre d'emprunts n mois après septembre 2026.

1. Déterminer la raison r de cette suite. Que représente-t-elle dans le contexte de l'exercice?

$w_3 = w_0 + 3r$ donc $r = \frac{1\,650 - 1\,200}{3} = 150$: le nombre d'emprunts augmente de 150 chaque mois.

2. Exprimer w_n en fonction de n .

$$w_n = 1\,200 + 150n.$$

3. Combien d'emprunts la bibliothèque peut-elle espérer enregistrer en juin 2027?

Juin 2027 correspond à $n = 9$: $w_9 = 1\,200 + 150 \times 9 = 2\,550$ emprunts.

4. Calculer w_{15} . Que représente ce nombre dans le contexte de l'exercice?

$w_{15} = 1\,200 + 150 \times 15 = 3\,450$: c'est le nombre d'emprunts prévu en décembre 2027 (15 mois après septembre 2026).

5. À partir de quel mois le nombre d'emprunts dépassera-t-il 10 000?

$1\,200 + 150n > 10\,000 \iff 150n > 8\,800 \iff n > 58,7$. Donc $n = 59$: 59 mois après septembre 2026, c'est-à-dire en août 2031.