

DS de Mathématiques - Suites arithmétiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1. (3 points)

1. Une suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 200$ et pour raison $r = 25$. Calculer u_5 .

$$u_5 = u_0 + 5r = 200 + 5 \times 25 = 325.$$

2. Que vaut la moyenne arithmétique entre 981 et 1569?

$$\frac{981 + 1569}{2} = 1275.$$

3. Une ville compte 12 000 habitants. Sa population augmente de 2% par an. Cette situation peut-elle se modéliser par une suite arithmétique? Justifier.

Non : augmenter de 2 % revient à multiplier par 1,02 ; on n'ajoute pas chaque année le même nombre d'habitants (240 la première année, puis 244,8...). Ce n'est pas une suite arithmétique (c'est une suite géométrique).

Exercice 2. (3 points)

On considère une suite arithmétique (u_n) telle que $u_3 = 14$ et $r = 6$.

1. Déterminer la valeur de u_0 .

$$u_3 = u_0 + 3r \text{ donc } u_0 = 14 - 3 \times 6 = -4.$$

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

$$u_{n+1} = u_n + 6.$$

3. Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_n = -4 + 6n.$$

4. Calculer la valeur de u_{100} .

$$u_{100} = -4 + 6 \times 100 = 596.$$

Exercice 3. (4 points)

Une entreprise lance un nouveau produit. Le nombre de ventes mensuelles forme une suite arithmétique. En janvier 2026, l'entreprise a vendu 500 unités. En mars 2026 (2 mois après), elle en a vendu 620.

On note u_n la quantité vendue n mois après janvier 2026.

1. Déterminer la raison r de cette suite. Que représente-t-elle dans le contexte de l'exercice?

$$u_2 = u_0 + 2r \text{ donc } r = \frac{620 - 500}{2} = 60 : \text{les ventes augmentent de 60 unités chaque mois.}$$

2. Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_n = 500 + 60n.$$

3. Combien d'unités l'entreprise peut-elle espérer vendre en octobre 2026?

$$\text{Octobre 2026 correspond à } n = 9 : u_9 = 500 + 60 \times 9 = 1\,040 \text{ unités.}$$

4. Calculer u_{20} . Que représente ce nombre dans le contexte de l'exercice?

$$u_{20} = 500 + 60 \times 20 = 1\,700 : \text{ce sont les ventes prévues en septembre 2027 (20 mois après janvier 2026).}$$

5. À partir de quel mois le nombre de ventes dépassera-t-il 5 000 unités?

$$500 + 60n > 5\,000 \iff 60n > 4\,500 \iff n > 75. \text{ Donc } n = 76 : 76 \text{ mois après janvier 2026, c'est-à-dire en mai 2032.}$$