

DS de Mathématiques - 30 minutes

Tout au long du devoir, rédiger précisément les réponses et justifier les calculs.

Exercice 1.

1. Calculer la somme :

$$S = 35 + 39 + 43 + \cdots + 659.$$

$35 + 4 \times 156 = 659$ ainsi 659 est le terme de rang 156. La somme vaut :

$$S = \frac{(35 + 659)(156 + 1)}{2} = 54\,479.$$

2. Dans une entreprise de 250 salariés, 65 travaillent à temps partiel.

Exprimer la proportion de salariés à temps partiel sous forme :

- d'une fraction irréductible
- et d'un pourcentage.

La proportion est $\frac{65}{250} = \frac{13}{50}$, soit 26 %.

3. Dans un lycée, 60 % des élèves sont demi-pensionnaires. Parmi les demi-pensionnaires, 35 % participent à un club sportif. Quelle proportion de l'ensemble des élèves est à la fois demi-pensionnaire et inscrite à un club sportif?

La proportion cherchée est $60 \% \times 35 \% = 21 \%$.

4. Augmenter un nombre de 4 % revient à le multiplier par :

1,04.

5. Sur $\mathbb{R}$, résoudre l'équation $6x - 5 = 4x + 3$.

$$6x - 5 = 4x + 3 \iff 2x = 8 \iff x = 4.$$

Exercice 2.

Une plateforme de vente en ligne propose deux modes de livraison pour les commandes de ses clients : une livraison standard ou une livraison express.

On choisit au hasard une commande passée sur cette plateforme. On considère les événements suivants :

S : « la commande est expédiée en livraison standard »

E : « la commande est expédiée en livraison express »

R : « la commande est livrée en retard ».

On dispose des informations suivantes :

- 72 % des commandes sont expédiées en livraison standard ;
- parmi les commandes expédiées en livraison standard, 8 % sont livrées en retard ;
- parmi les commandes expédiées en livraison express, 3 % sont livrées en retard.

1. Construire un arbre ou un tableau de probabilités.

	R	$\bar{R}$
S	0,0576	0,6624
E	0,0084	0,2716

avec $P(S) = 0,72$, $P(E) = 0,28$, $P_S(R) = 0,08$ et $P_E(R) = 0,03$.

2. Que vaut $P_S(R)$?

$P_S(R) = 0,08$.

3. À quoi correspond $P_E(R)$ dans le contexte de l'exercice ?

$P_E(R)$ est la probabilité qu'une commande soit livrée en retard sachant qu'elle a été expédiée en livraison express.

4. Calculer la probabilité qu'une commande soit expédiée en livraison standard et qu'elle soit livrée en retard.

$$P(S \cap R) = P(S) \times P_S(R) = 0,72 \times 0,08 = 0,0576.$$

5. Calculer $P(S \cup R)$.

$$P(S \cup R) = P(S) + P(R) - P(S \cap R) = 0,72 + 0,066 - 0,0576 = 0,7284.$$

6. Calculer la probabilité qu'une commande choisie au hasard soit livrée en retard.

$$P(R) = P(S \cap R) + P(E \cap R) = 0,0576 + 0,0084 = 0,066.$$

7. On sait qu'une commande choisie au hasard a été livrée en retard.
Calculer la probabilité qu'elle ait été expédiée en livraison standard. Arrondir au millième.

$$P_R(S) = \frac{P(S \cap R)}{P(R)} = \frac{0,0576}{0,066} \approx 0,873.$$

8. Les événements S et R sont-ils indépendants? Justifier.

$P(R) = 0,066$ mais $P_S(R) = 0,08$. Les événements S et R ne sont donc pas indépendants.