Fonctions affines
Problème de recherche : trois thermomètres

Une entreprise fabrique des stations météo connectées vendues en Europe et aux États-Unis. L'écran peut afficher la température dans trois unités :

— en degrés Celsius (°C) : l'eau gèle à 0 °C et bout à 100 °C (sous pression normale) ;
— en degrés Fahrenheit (°F) : l'eau gèle à 32 °F et bout à 212 °F ;
— en kelvins (K), utilisés par les scientifiques : une température en kelvins s'obtient en ajoutant 273,15 à la température en degrés Celsius.

On admet que le passage d'une unité à une autre se fait par une fonction affine.

La mission

1. Le service après-vente reçoit une réclamation : « Ce matin, mon écran affichait le même nombre en °C et en °F. Votre appareil est en panne ! » Est-ce possible ?

2. Existe-t-il une température qui s'écrit avec le même nombre en °F et en K ? Et en °C et en K ?

Pour aller plus loin

Le capteur de la station ne mesure pas directement une température : il renvoie une tension. Lors de l'étalonnage, on a relevé 0,50 V à 20 °C et 0,62 V à 50 °C. Quelle température correspond à une tension de 0,40 V ? Quelle tension le capteur renverra-t-il par une nuit à −10 °C ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

Les formules de conversion

On cherche $F = aC + b$. Avec les points $(0\,;32)$ et $(100\,;212)$: $b = 32$ et $a = \frac{212-32}{100-0} = 1{,}8$. Donc $F = 1{,}8C + 32$. Par ailleurs $K = C + 273{,}15$.

1. Même nombre en °C et en °F

$C = 1{,}8C + 32 \iff -0{,}8C = 32 \iff C = -40$. **À -40 °C, l'écran affiche aussi -40 °F.**
L'appareil n'est pas en panne : il faisait très froid ce matin-là !
Interprétation graphique : c'est l'abscisse du point d'intersection de la droite $F = 1{,}8C + 32$ avec la droite $F = C$.

2. Les autres cas

— En °F et en K : $1{,}8C + 32 = C + 273{,}15 \iff 0{,}8C = 241{,}15 \iff C \approx 301{,}44$. La température vaut alors environ **574,59 K, soit 574,59 °F** (environ 301 °C : un four très chaud).

— En °C et en K : $C = C + 273{,}15$ est impossible. Les deux droites sont parallèles (même coefficient directeur 1) : **jamais**.

Pour aller plus loin

Tension en fonction de la température : $U = mC + p$ avec $m = \frac{0{,}62-0{,}50}{50-20} = 0{,}004$ V/°C, et $p = 0{,}50 - 0{,}004 \times 20 = 0{,}42$. Donc $U = 0{,}004C + 0{,}42$.

— $U = 0{,}40 \iff C = \frac{0{,}40-0{,}42}{0{,}004} = -5$: -5 **°C**.

— $C = -10$: $U = 0{,}38$ V.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Déterminer une fonction affine à partir de deux valeurs ; coefficient directeur.

— Résoudre une équation ; intersection de deux droites, droites parallèles.