Dérivation
Problème de recherche : le raccord de la piste

Un concepteur de niveaux pour un jeu de course de skate dessine le profil d'une piste dans un repère (unité : 1 m).

— Pour $x \leqslant 0$, la piste est horizontale : c'est l'axe des abscisses.

— Plus loin, la piste devient une rampe rectiligne, portée par la droite d'équation $y = 0{,}5x - 0{,}5$.

Raccorder directement les deux morceaux en leur point d'intersection créerait un angle : le skateur subirait un choc. Le concepteur veut relier les deux morceaux par un arc de parabole d'équation $y = ax^2$ (avec $a > 0$), pour $0 \leqslant x \leqslant x_1$, de façon que la piste n'ait **aucun angle**.

La mission

1. Pourquoi la parabole $y = ax^2$ se raccorde-t-elle sans angle à la partie horizontale ?

2. Déterminer a et le point de raccord avec la rampe.

Pour aller plus loin

Pour une rampe plus raide, d'équation $y = x - 2$, déterminer la parabole de raccord. Le raccord est-il plus long ou plus court ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !