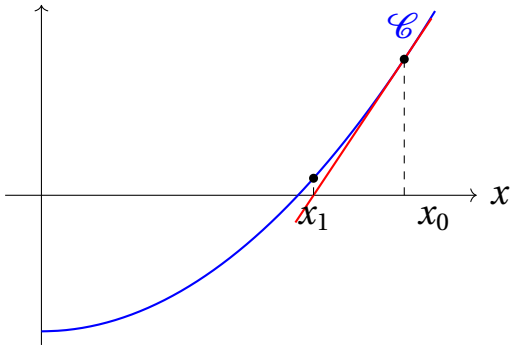
Dérivation
Problème de recherche : la course aux décimales

On veut calculer une valeur approchée de $\sqrt{2}$, solution positive de l'équation $x^2 - 2 = 0$, en utilisant des tangentes.
On note $f(x) = x^2 - 2$ et $\mathscr{C}$ sa courbe. On part de $x_0 = 2$, puis on répète l'étape suivante :

> *on trace la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse x_0 ; elle coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse x_1 ; on recommence à partir de x_1, et ainsi de suite.*



La mission

1. Exprimer le nombre obtenu à partir d'un nombre a (avec $a > 0$) à l'aide d'une formule simple.
2. Au tableur, calculer les premiers nombres obtenus. Combien d'étapes faut-il pour obtenir $\sqrt{2}$ avec 10 décimales exactes ? Comment évolue le nombre de décimales exactes ?
3. Appliquer la même méthode à l'équation $x^3 - x - 1 = 0$ en partant de 1. Donner une valeur approchée de la solution à 10^{-8} près.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !