Équations cartésiennes
Problème de recherche : le triangle qui disparaît

Dans un repère, on considère les trois droites

$$d_1 : x + 2y - 4 = 0, \qquad d_2 : 3x - y - 5 = 0, \qquad d_m : mx + y - 7 = 0,$$

où m est un nombre réel.
En général, trois droites forment un triangle. Mais pour certaines valeurs de m, le triangle « disparaît ».

La mission

1. Trouver toutes les valeurs de m pour lesquelles les droites d_1, d_2 et d_m ne forment pas un triangle, et décrire ce qui se passe dans chaque cas.
2. Soit λ et μ deux réels non tous les deux nuls. Montrer que l'équation $\lambda(x + 2y - 4) + \mu(3x - y - 5) = 0$ est celle d'une droite qui passe par le point d'intersection de d_1 et d_2. Retrouver ainsi la valeur de m de la question 1 pour laquelle les trois droites sont concourantes.

Pour aller plus loin

Pour $m = 1$, calculer les coordonnées des sommets du triangle formé par les trois droites.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !