Équations cartésiennes
Problème de recherche : le point d'équilibre du triangle

Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé. Un triangle a donc trois médianes.

La mission

1. Avec GeoGebra, construire un triangle quelconque et ses trois médianes. Que peut-on conjecturer ? Mesurer aussi, sur chaque médiane, la distance du sommet au point remarquable et la longueur de la médiane : que remarque-t-on ?
2. Dans un repère, on considère $A(-2;1)$, $B(4;-1)$ et $C(1;6)$. Démontrer la conjecture dans ce triangle à l'aide d'équations cartésiennes.
3. Comparer les coordonnées du point obtenu avec celles des trois sommets. Énoncer une conjecture générale.

Pour aller plus loin

Démontrer, pour un triangle quelconque $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$, $C(x_C;y_C)$, que le point G dont les coordonnées sont les moyennes de celles des trois sommets appartient à la médiane issue de A (on pourra utiliser un déterminant). Pourquoi cela suffit-il ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !