Suites arithmétiques et géométriques
Problème de recherche : le remboursement du prêt

Une famille emprunte 150 000 € à une banque, au taux de 3 % par an. Chaque année :

— le capital restant dû augmente de 3 % (ce sont les intérêts) ;

— puis la famille rembourse une somme fixe R, la même chaque année.

On note C_n le capital restant dû après n années, avec $C_0 = 150\,000$. Le prêt est remboursé quand le capital restant dû est nul.

La mission

1. À l'aide d'un tableur, trouver, à l'euro près, le remboursement annuel R qui permet de rembourser le prêt en exactement 20 ans.

2. Démontrer que, pour tout entier n, $C_n = 1{,}03^n \times C_0 - R \times \dfrac{1{,}03^n - 1}{0{,}03}$. En déduire la valeur exacte de R, puis le coût total du crédit (somme des intérêts payés).

3. La famille peut rembourser 12 000 € par an. En combien d'années le prêt est-il remboursé (la dernière année, le remboursement est plus petit) ?

Pour aller plus loin

Pourquoi la suite (C_n) n'est-elle ni arithmétique ni géométrique ? Avec quel remboursement R le capital restant dû reste-t-il constant ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !