Fonctions affines et suites arithmétiques
Problème de recherche : le défi des pompes

Deux applications de remise en forme proposent un programme de pompes quotidien :

— **Application Force** : 10 pompes le premier jour, puis 3 pompes de plus chaque jour ;

— **Application Endurance** : 20 pompes le premier jour, puis 2 pompes de plus chaque jour.

La mission

1. Sami veut réussir 100 pompes d'affilée en une journée. Avec chaque application, au bout de combien de jours y arrivera-t-il ?
2. À partir de quel jour l'application Force propose-t-elle plus de pompes que l'application Endurance dans la journée ?
3. À partir de quel jour Sami aura-t-il fait plus de pompes *au total* avec l'application Force qu'avec l'application Endurance ?

Pour aller plus loin

Représenter graphiquement le nombre de pompes du jour en fonction du numéro du jour pour chaque application. Pourquoi les points sont-ils alignés ? Comment lire la réponse à la question 2 sur le graphique ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

Modéliser

On note f_n et e_n le nombre de pompes du jour n (le jour 1 correspond à $n = 1$). Chaque jour, on ajoute toujours le même nombre : ce sont des suites arithmétiques.

$$f_n = 10 + 3(n-1) = 3n + 7, \qquad e_n = 20 + 2(n-1) = 2n + 18.$$

1. Atteindre 100 pompes

— Force : $3n + 7 \geqslant 100 \iff n \geqslant 31$. **Le 31e jour** ($f_{31} = 100$).

— Endurance : $2n + 18 \geqslant 100 \iff n \geqslant 41$. **Le 41e jour** ($e_{41} = 100$).

2. Comparer les programmes du jour

$3n + 7 > 2n + 18 \iff n > 11$. Le 11e jour, les deux applications proposent 40 pompes ; **à partir du 12e jour**, Force en propose plus.

3. Comparer les totaux

Au tableur, avec une colonne de cumul :

Jour	11	20	21	22
Total Force	275	770	840	913
Total Endurance	330	780	840	902

À partir du 22e jour, le total de Force dépasse celui d'Endurance (égalité au 21e jour). Il faut du temps pour rattraper le retard pris pendant les 11 premiers jours.

Pour aller plus loin

Les points $(n ; f_n)$ sont sur la droite d'équation $y = 3x + 7$ et les points $(n ; e_n)$ sur la droite $y = 2x + 18$: une suite arithmétique est la restriction aux entiers d'une fonction affine. Les deux droites se coupent au point $(11 ; 40)$: à droite de ce point, la droite de Force est au-dessus.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Suites arithmétiques : terme de rang n ; lien avec les fonctions affines.

— Résoudre une inéquation du premier degré ; utiliser un tableur ; somme de termes.