Fonctions affines et suites arithmétiques
Problème de recherche : les deux bougies

Pour un dîner, on allume en même temps deux bougies :

— la bougie **A** mesure 20 cm et perd 1,5 cm de hauteur par heure ;

— la bougie **B** mesure 15 cm et perd 0,8 cm de hauteur par heure.

On note t le temps écoulé (en heures) depuis l'allumage, et on suppose que chaque bougie se consume régulièrement jusqu'au bout.

La mission

1. Exprimer la hauteur de chaque bougie en fonction de t. Pourquoi peut-on dire que ces hauteurs évoluent de façon linéaire ?
2. Au bout de combien de temps (à la minute près) les deux bougies ont-elles la même hauteur ? Quelle est alors cette hauteur ?
3. Laquelle des deux bougies s'éteint en premier ? Combien de temps après l'autre ?

Pour aller plus loin

On veut que les deux bougies s'éteignent exactement en même temps. Laquelle faut-il allumer en retard, et de combien de temps ? Représenter alors les hauteurs des deux bougies dans un même repère.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Les hauteurs

$h_A(t) = 20 - 1{,}5t$ et $h_B(t) = 15 - 0{,}8t$ (en cm). Ce sont des fonctions affines de t : chaque heure, la hauteur diminue toujours de la même quantité (1,5 cm pour A, 0,8 cm pour B). Les courbes sont des droites, ce qui traduit une évolution linéaire.

2. Même hauteur

$20 - 1{,}5t = 15 - 0{,}8t \iff 5 = 0{,}7t \iff t = \dfrac{5}{0{,}7} \approx 7{,}143$ h.

$0{,}143 \times 60 \approx 9$: les deux bougies ont la même hauteur au bout d'environ 7 h 09 min.

Cette hauteur vaut $15 - 0{,}8 \times \frac{5}{0{,}7} \approx 9{,}29$ cm.

3. Qui s'éteint en premier ?

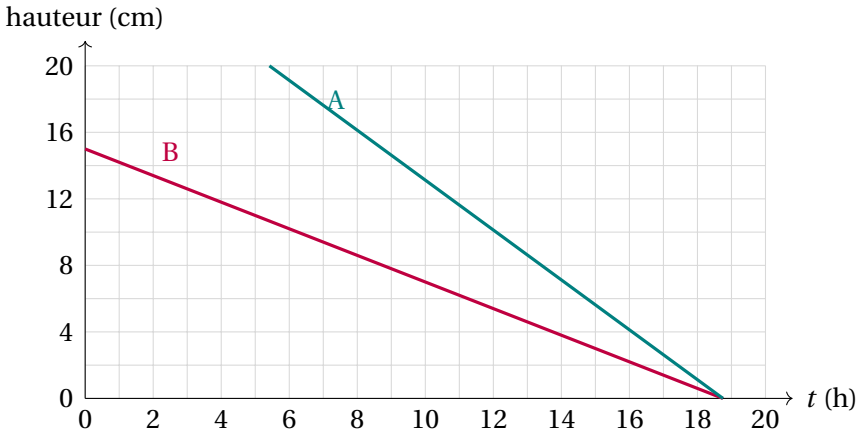
$h_A(t) = 0 \iff t = \dfrac{20}{1{,}5} \approx 13{,}33$ h, soit 13 h 20 min.

$h_B(t) = 0 \iff t = \dfrac{15}{0{,}8} = 18{,}75$ h, soit 18 h 45 min.

La bougie A, pourtant plus grande, s'éteint la première, 5 h 25 min avant la bougie B.

Pour aller plus loin

La bougie A dure moins longtemps : il faut l'allumer 5 h 25 min après la bougie B. Les deux droites se coupent alors sur l'axe des abscisses, en $t = 18{,}75$.



Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Modéliser une évolution linéaire par une fonction affine.
— Résoudre une équation du premier degré.
— Interpréter graphiquement des droites et leurs intersections.