Modélisation quadratique
Problème de recherche : la bonne pizza

Une pizzeria propose ses pizzas en deux tailles :

— pizza moyenne : 26 cm de diamètre, 9 € ;

— pizza grande : 33 cm de diamètre, 13 €.

On admet que la quantité de pizza est proportionnelle à son aire.

La mission

1. Quelle taille est la plus avantageuse ? Le prix de la grande pizza est-il « juste » ?
2. Le pizzaïolo veut lancer une pizza géante de 40 cm. À quel prix la vendre pour qu'elle ait le même prix au cm^2 que la grande ?
3. Pour deux personnes, vaut-il mieux commander deux pizzas moyennes ou une seule pizza de 36 cm de diamètre ?

Pour aller plus loin

Le pizzaïolo veut fixer le prix $P(d)$ d'une pizza de diamètre d de la forme $P(d) = k\,d^2$. Quelle valeur de k choisir pour que la grande pizza garde son prix ? Que coûterait alors une pizza moyenne ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Comparer les prix au cm^2

Aire d'un disque de diamètre d : $\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}d^2$. L'aire est proportionnelle au **carré** du diamètre.

- Moyenne : $\frac{\pi}{4} \times 26^2 \approx 531$ cm^2, prix au cm^2 $\approx 0{,}0170$ €.
- Grande : $\frac{\pi}{4} \times 33^2 \approx 855$ cm^2, prix au cm^2 $\approx 0{,}0152$ €.

La grande pizza est plus avantageuse. Son diamètre n'est que 27 % plus grand, mais son aire est $\left(\frac{33}{26}\right)^2 \approx 1{,}61$ fois plus grande, pour un prix seulement $\frac{13}{9} \approx 1{,}44$ fois plus élevé.

2. La pizza de 40 cm

Même prix au cm^2 : le prix est multiplié par le rapport des aires, $\left(\frac{40}{33}\right)^2$. Prix : $13 \times \left(\frac{40}{33}\right)^2 \approx$ **19,10 €**.

3. Deux moyennes ou une de 36 cm ?

Deux moyennes : $2 \times \frac{\pi}{4} \times 26^2 = \frac{\pi}{4} \times 1\,352$. Une de 36 cm : $\frac{\pi}{4} \times 36^2 = \frac{\pi}{4} \times 1\,296$. **Deux pizzas moyennes donnent un peu plus de pizza** (environ 4 % de plus). Intuitivement, on pourrait croire qu'il faudrait une pizza de 52 cm pour égaler deux pizzas de 26 cm : en réalité, il suffit de $26\sqrt{2} \approx 36{,}8$ cm.

Pour aller plus loin

$k \times 33^2 = 13$ donne $k = \frac{13}{1\,089} \approx 0{,}0119$. Une pizza moyenne coûterait $0{,}0119 \times 26^2 \approx 8{,}07$ €.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Modélisation quadratique : grandeur proportionnelle au carré d'une autre, $y = kx^2$.
- Effet d'un coefficient multiplicateur sur x : l'aire est multipliée par son carré.