Statistiques à deux variables
Problème de recherche : le grillon thermomètre

Un élève a compté, certains soirs d'été, le nombre y de stridulations (« cri-cri ») émises en une minute par un grillon, en relevant à chaque fois la température x de l'air (en °C) :

Température x_i (°C)	15	18	20	22	25	28
Stridulations par minute y_i	62	78	95	104	125	140

La mission

1. Représenter le nuage de points et calculer les coordonnées du point moyen. Un ajustement affine est-il justifié ?
2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis au centième).
3. Un soir, on compte 110 stridulations en une minute. Estimer la température.
4. Selon ce modèle, combien de stridulations par minute entendrait-on à 5 °C ? Commenter.

Pour aller plus loin

En 1897, le physicien américain Amos Dolbear a proposé la formule $T = 50 + \dfrac{N-40}{4}$, où N est le nombre de stridulations par minute et T la température en degrés Fahrenheit (°F). On rappelle que $T = 1{,}8\,x + 32$, où x est la température en °C. Quelle température cette formule donne-t-elle pour 110 stridulations par minute ? Comment expliquer l'écart avec le modèle de l'élève ?

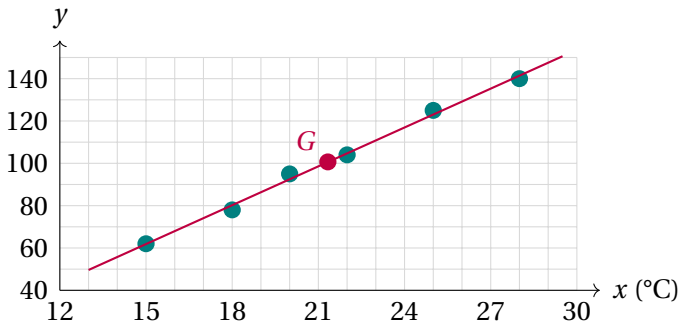
Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Nuage et point moyen

$\overline{x} = \frac{128}{6} \approx 21{,}33$ et $\overline{y} = \frac{604}{6} \approx 100{,}67$: $G(21{,}33\,;100{,}67)$.



Les points sont presque alignés : un ajustement affine est justifié.

2. Droite d'ajustement

La calculatrice donne $y \approx 6{,}12x - 29{,}95$: chaque degré supplémentaire fait chanter le grillon environ 6 fois de plus par minute.

3. Estimer la température

$6{,}12x - 29{,}95 = 110 \iff x = \dfrac{139{,}95}{6{,}12} \approx 22{,}9$. Il fait environ 23 °C.

4. À 5 °C

$6{,}12 \times 5 - 29{,}95 \approx 0{,}65$: le modèle prévoit à peine une stridulation par minute. Le modèle n'est plus valable aussi loin des données observées (de 15 à 28 °C) ; en réalité, par temps froid, les grillons ne chantent plus du tout.

Pour aller plus loin

Avec $N = 110$: $T = 50 + \frac{70}{4} = 67{,}5$ °F. Puis $1{,}8x + 32 = 67{,}5 \iff x = \frac{35{,}5}{1{,}8} \approx 19{,}7$ °C.
La formule de Dolbear donne environ 3 °C de moins que le modèle de l'élève. Elle a été établie pour une espèce particulière de grillon nord-américain ; la vitesse de chant dépend de l'espèce. Chaque ajustement n'est valable que pour les données à partir desquelles il a été construit.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Nuage de points et point moyen.
- Droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés.
- Interpolation, extrapolation et limites d'un modèle.