Nombres complexes
Problème de recherche : dans ou hors de l'ensemble de Mandelbrot ?

Pour un nombre complexe c, on construit la suite de nombres complexes définie par

$$z_0 = 0 \qquad \text{et} \qquad z_{n+1} = z_n^2 + c.$$

— Si les modules $|z_n|$ restent bornés, on dit que c appartient à l'ensemble de Mandelbrot, et on colorie en noir le point d'affixe c.
— On admet que si un terme vérifie $|z_n| > 2$, alors les modules suivants grandissent indéfiniment : c n'appartient pas à l'ensemble.

La mission

1. Pour chacun des nombres $c = -1$, $c = \mathrm{i}$, $c = 1$, $c = 1 + \mathrm{i}$ et $c = -2$, déterminer si c appartient à l'ensemble de Mandelbrot.

2. Un logiciel de dessin teste chaque pixel en calculant au plus 100 termes. Écrire l'algorithme (ou le programme Python) qu'il utilise.

Pour aller plus loin

Tester $c = 0{,}25$ et $c = 0{,}3$. Que remarque-t-on ? Pourquoi limiter le nombre de termes calculés peut-il conduire à une erreur ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !