Nombres complexes
Problème de recherche : multiplier avec trois multiplications

On veut calculer $(a+ib)(c+id)$ où a, b, c et d sont des réels. Dans un processeur, une multiplication de deux nombres prend plus de temps qu'une addition ou une soustraction. On cherche donc à faire le moins de multiplications possible.
On propose de calculer seulement trois produits :

$$k_1 = c(a+b), \qquad k_2 = a(d-c), \qquad k_3 = b(c+d).$$

La mission

1. Calculer $(3+2i)(5+4i)$ sous forme algébrique. Dans le cas général, combien de multiplications de réels la méthode habituelle demande-t-elle ?
2. Calculer k_1, k_2 et k_3 pour $a=3$, $b=2$, $c=5$ et $d=4$. Comment retrouver le résultat de la question 1 à partir de ces trois nombres ?
3. Démontrer que cette méthode fonctionne pour tous les réels a, b, c, d. Combien d'additions ou de soustractions demande-t-elle ?
4. Écrire deux fonctions Python `produit4(a,b,c,d)` et `produit3(a,b,c,d)` qui renvoient la partie réelle et la partie imaginaire du produit. Les tester sur plusieurs exemples.

Pour aller plus loin

Pour calculer le carré $(a+ib)^2$, montrer qu'il suffit de deux multiplications de réels.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

