Nombres complexes
Problème de recherche : la spirale du drone de recherche

Pour retrouver un randonneur perdu, un drone de secours part du point d'affixe $z_0 = 1$ (unité : 10 m) et visite successivement les points d'affixes

$$z_{n+1} = (1 + \mathrm{i})\, z_n.$$

Le poste de commandement est à l'origine O du repère.

La mission

1. Calculer z_1, z_2, z_3, z_4 et placer les points. Décrire la trajectoire : comment passe-t-on d'un point au suivant ?
2. La zone de recherche est un disque de centre O et de rayon 1 km. À partir de quelle étape le drone sort-il de la zone ? Où se trouve-t-il alors ?
3. Pour quelles étapes le drone se trouve-t-il exactement à l'est du poste (sur la demi-droite des réels positifs) ?

Pour aller plus loin

La spirale s'écarte trop vite. Proposer un nombre complexe a tel que la suite $z_{n+1} = a\, z_n$ fasse tourner le drone du même angle à chaque étape, mais n'augmente sa distance au poste que de 10 % à chaque étape.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !