Généralités sur les fonctions
Problème de recherche : la distance d'arrêt

Lorsqu'un conducteur aperçoit un obstacle, sa voiture parcourt une certaine distance pendant son temps de réaction, puis une distance de freinage. Sur route sèche, on modélise la **distance d'arrêt** (en mètres) d'une voiture roulant à la vitesse v (en km/h) par

$$d(v) = 0{,}28\,v + 0{,}005\,v^2 \qquad \text{pour } v \in [0\,;140].$$

Le terme $0{,}28\,v$ correspond au temps de réaction (environ une seconde), le terme $0{,}005\,v^2$ au freinage.

La mission

1. Calculer la distance d'arrêt en ville (50 km/h), sur route (90 km/h) et sur autoroute (130 km/h).
2. Un élève affirme : « Si on roule deux fois plus vite, on met deux fois plus de distance pour s'arrêter. » A-t-il raison ?
3. Calculer le taux de variation de d entre 30 et 50 km/h, puis entre 110 et 130 km/h. Interpréter ces deux nombres.
4. Un obstacle apparaît dans le brouillard à 100 m. Quelle est la vitesse maximale (arrondie au km/h) qui permet de s'arrêter à temps ?

Pour aller plus loin

Sur route mouillée, la distance de freinage est multipliée par 1,5. Que devient la distance d'arrêt à 130 km/h ? À quelle vitesse faut-il rouler pour retrouver la distance d'arrêt sur route sèche à 130 km/h ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Trois distances d'arrêt

$d(50) = 14 + 12{,}5 = 26{,}5$ m ; $d(90) = 25{,}2 + 40{,}5 = 65{,}7$ m ; $d(130) = 36{,}4 + 84{,}5 = 120{,}9$ m.

2. Deux fois plus vite

$d(100) = 28 + 50 = 78$ m, alors que $2 \times d(50) = 53$ m. En roulant deux fois plus vite, la distance d'arrêt est presque triplée : l'élève a tort. La distance de réaction double, mais la distance de freinage est multipliée par $2^2 = 4$.

3. Deux taux de variation

$d(30) = 8{,}4 + 4{,}5 = 12{,}9$ et $d(110) = 30{,}8 + 60{,}5 = 91{,}3$.

$$\frac{d(50) - d(30)}{50 - 30} = \frac{13{,}6}{20} = 0{,}68 \qquad \text{et} \qquad \frac{d(130) - d(110)}{130 - 110} = \frac{29{,}6}{20} = 1{,}48.$$

Entre 30 et 50 km/h, chaque km/h supplémentaire allonge en moyenne la distance d'arrêt de 0,68 m ; entre 110 et 130 km/h, de 1,48 m, plus de deux fois plus. Chaque km/h « coûte » plus cher à grande vitesse.

4. Le brouillard

d est croissante sur $[0\,;140]$: $v \mapsto 0{,}28v$ est croissante, $v \mapsto 0{,}005v^2$ aussi sur cet intervalle, et leur somme aussi. On cherche donc le plus grand v tel que $d(v) \leqslant 100$. Avec le tableau de la calculatrice :

$$d(116) = 32{,}48 + 67{,}28 = 99{,}76 \qquad \text{et} \qquad d(117) = 32{,}76 + 68{,}445 \approx 101{,}2.$$

La vitesse maximale est d'environ **116** km/h.

Pour aller plus loin

Sur route mouillée, $d(130) = 36{,}4 + 1{,}5 \times 84{,}5 = 163{,}15$ m, soit environ 42 m de plus. On cherche v tel que $0{,}28v + 0{,}0075v^2 = 120{,}9$: au tableau, on trouve environ 110 km/h ($30{,}8 + 90{,}75 = 121{,}55$). C'est l'une des raisons pour lesquelles la vitesse est limitée à 110 km/h sur autoroute par temps de pluie.

Remarque : les coefficients du modèle sont des valeurs moyennes ; la distance réelle dépend du véhicule, des pneus et du conducteur.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Calcul d'images.
- Taux de variation entre deux valeurs et interprétation.
- Recherche d'un antécédent à l'aide d'un tableau de valeurs, sens de variation.