Produit scalaire
Problème de recherche : l'inclinaison du panneau solaire

On étudie un panneau photovoltaïque orienté plein sud, à midi, dans un plan vertical nord-sud. On se place dans un repère orthonormé : l'axe des abscisses est horizontal, dirigé vers le sud, l'axe des ordonnées est vertical, vers le haut.

— Le Soleil est à la hauteur h au-dessus de l'horizon : le vecteur unitaire $\vec{s}(\cos h\,;\sin h)$ pointe vers le Soleil.

— Le panneau est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale : le vecteur unitaire $\vec{n}(\sin\alpha\,;\cos\alpha)$ est perpendiculaire au panneau.

— La puissance reçue est proportionnelle au produit scalaire $\vec{s}\cdot\vec{n}$ (et nulle si ce produit est négatif).

Dans une ville de l'ouest de la France, la hauteur du Soleil à midi est d'environ 65° le 21 juin, 41,5° aux équinoxes et 18° le 21 décembre.

La mission

1. Quelle inclinaison donne la puissance maximale le 21 juin à midi ? Le 21 décembre ?

2. Le panneau est fixe. Proposer une inclinaison et évaluer, pour chaque date, le pourcentage de la puissance maximale obtenue.

Pour aller plus loin

Un panneau posé à plat ($\alpha = 0$) : quel pourcentage de la puissance maximale reçoit-il le 21 décembre ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

Le produit scalaire

$\vec{s} \cdot \vec{n} = \cos h \sin \alpha + \sin h \cos \alpha$. Comme $\|\vec{s}\| = \|\vec{n}\| = 1$, ce produit est le cosinus de l'angle entre $\vec{s}$ et $\vec{n}$: il vaut au plus 1, quand les deux vecteurs sont égaux, c'est-à-dire quand les rayons du Soleil arrivent perpendiculairement au panneau.

1. Inclinaisons optimales

$\vec{n} = \vec{s}$ quand $\alpha = 90ř - h$ (alors $\sin \alpha = \cos h$ et $\cos \alpha = \sin h$).

— 21 juin : $\alpha = 90 - 65 =$ **25°** ;

— 21 décembre : $\alpha = 90 - 18 =$ **72°** (panneau presque vertical).

2. Un panneau fixe

On teste plusieurs inclinaisons (valeurs de $\vec{s} \cdot \vec{n}$, en pourcentage du maximum) :

α	21 juin ($h = 65ř$)	équinoxe ($h = 41{,}5ř$)	21 décembre ($h = 18ř$)
30°	99,6 %	94,8 %	74,3 %
45°	94,0 %	99,8 %	89,1 %
48,5°	91,7 %	100 %	91,7 %
60°	81,9 %	98,0 %	97,8 %

Un bon compromis est $\alpha \approx 48{,}5ř$ (la latitude du lieu) : on perd au plus environ 8 % aux solstices. En pratique, on choisit souvent un peu moins (30° à 35°) car l'été est plus ensoleillé et les journées plus longues.

Pour aller plus loin

$\alpha = 0 : \vec{s} \cdot \vec{n} = \sin 18ř \approx 0{,}31$: **31 %** seulement de la puissance maximale.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Produit scalaire en repère orthonormé ; lien avec le cosinus de l'angle.

— Vecteurs unitaires ; coordonnées à l'aide du cosinus et du sinus.

Pour aller plus loin (enrichissement)

Les centrales solaires utilisent des *trackers* qui suivent le Soleil. Dans la réalité, le calcul se fait en trois dimensions, en tenant compte de l'heure et de l'orientation.