Notion de suites
Problème de recherche : le filtre numérique

Un microcontrôleur lit la valeur d'un capteur de niveau d'eau 1 000 fois par seconde. Pour éliminer le bruit (petites variations parasites), il ne transmet pas directement la mesure x_n, mais une valeur filtrée y_n calculée ainsi :

$$y_{n+1} = 0{,}5\, y_n + 0{,}5\, x_{n+1}.$$

Au départ, le réservoir est vide : $y_0 = 0$. Brusquement, le niveau passe à 10 cm et reste constant : à partir de là, toutes les mesures valent $x_n = 10$.

La mission

1. Calculer les premières valeurs filtrées. Vers quelle valeur semblent-elles tendre ?
2. On considère que le filtre a « réagi » quand y_n dépasse 99 % de la valeur réelle. Combien de mesures faut-il ? Combien de temps cela représente-t-il ?

Pour aller plus loin

Pour lisser davantage le bruit, l'ingénieure utilise $y_{n+1} = 0{,}9\, y_n + 0{,}1\, x_{n+1}$. Combien de temps le filtre met-il alors à réagir ? Quel compromis doit-elle faire ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !