Suites arithmétiques et géométriques
Problème de recherche : les panneaux solaires sont-ils rentables ?

Une famille envisage d'installer des panneaux photovoltaïques sur son toit pour 9 000 € (aides déduites).

— La première année, l'électricité produite lui fera économiser 900 €.
— Chaque année, le prix de l'électricité augmente de 4 %.
— Chaque année, les panneaux perdent 0,5 % de leur rendement (vieillissement).

Les panneaux sont garantis 25 ans.

La mission

1. Le vendeur affirme : « Avec 900 € d'économies par an, l'installation est remboursée en 10 ans. » Que vaut ce calcul ? En combien d'années l'installation est-elle réellement remboursée ?
2. Quelle économie totale la famille peut-elle espérer sur 25 ans ?

Pour aller plus loin

Si le prix de l'électricité n'augmentait pas du tout, l'installation serait-elle remboursée en 25 ans ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

Modéliser

On note e_n l'économie de l'année n ($e_1 = 900$). Chaque année, le prix est multiplié par 1,04 et la production par 0,995, donc l'économie est multipliée par $1{,}04 \times 0{,}995 = 1{,}0348$.

(e_n) est géométrique de raison $q = 1{,}0348$: $e_n = 900 \times 1{,}0348^{n-1}$.

1. Durée de remboursement

Le calcul du vendeur suppose des économies constantes : il néglige la hausse du prix (favorable) et le vieillissement (défavorable). Économies cumulées sur n années :

$$S_n = 900 \times \frac{1{,}0348^n - 1}{0{,}0348}.$$

Au tableur : $S_8 \approx 8\,141$ € et $S_9 \approx 9\,324$ €. **L'installation est remboursée au cours de la 9e année**, un peu plus vite que ne l'annonce le vendeur.

2. Économie sur 25 ans

$S_{25} = 900 \times \frac{1{,}0348^{25}-1}{0{,}0348} \approx 34\,960$ €. Gain net : environ $34\,960 - 9\,000 \approx$ **25 960 €**.

Pour aller plus loin

Sans hausse de prix, la raison est 0,995 : $S_{25} = 900 \times \frac{1-0{,}995^{25}}{0{,}005} \approx 21\,200$ €, et $S_{10} \approx 8\,800$ €, $S_{11} \approx 9\,660$ €. L'installation serait remboursée au cours de la 11^{e} année : **oui**, largement avant 25 ans.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Suites géométriques : raison issue d'évolutions successives, terme général.
- Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique ; algorithme de seuil.