Fonctions affines
Problème de recherche : quelle location de camionnette ?

Pour un déménagement, une famille doit louer une camionnette pour une journée. Trois loueurs proposent :

- **Loueur A** : 50 € la journée, plus 0,30 € par kilomètre ;
- **Loueur B** : 80 € la journée, plus 0,15 € par kilomètre ;
- **Loueur C** : 0,60 € par kilomètre, sans forfait.

La mission

Une agence de déménagement veut afficher sur son site un conseil clair : « Selon la distance que vous allez parcourir, choisissez tel loueur ». Rédiger ce conseil, en le justifiant par des calculs et un graphique.

Pour aller plus loin

Le loueur B lance une offre week-end : 120 € pour la journée, kilométrage illimité (dans la limite de 400 km). À partir de combien de kilomètres cette offre devient-elle la plus intéressante ? Faut-il modifier le conseil ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

Modéliser

Pour x kilomètres, les prix (en €) sont donnés par trois fonctions affines :

$$A(x) = 50 + 0{,}3x, \qquad B(x) = 80 + 0{,}15x, \qquad C(x) = 0{,}6x.$$

Seuils

— $C(x) < A(x) \iff 0{,}6x < 50 + 0{,}3x \iff x < \frac{50}{0{,}3} \approx 166{,}7.$
— $A(x) < B(x) \iff 50 + 0{,}3x < 80 + 0{,}15x \iff x < 200.$
— $C(x) < B(x) \iff x < \frac{80}{0{,}45} \approx 177{,}8.$

Graphiquement, on lit les points d'intersection des trois droites.

Distance	moins de 167 km	de 167 à 200 km	plus de 200 km
Loueur conseillé	C	A	B

Exemples : pour 100 km, C coûte 60 € (A : 80 €, B : 95 €) ; pour 300 km, B coûte 125 € (A : 140 €, C : 180 €).

Pour aller plus loin

L'offre week-end coûte 120 € (fonction constante). Elle est moins chère que B dès que $80 + 0{,}15x > 120$, soit $x > 266{,}7$ km, et moins chère que A et C bien avant. **Nouveau conseil : C jusqu'à 167 km, A de 167 à 200 km, B de 200 à 267 km, l'offre week-end de 267 à 400 km.**

Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Fonctions affines : expression, représentation graphique, coefficient directeur.
— Résoudre une inéquation ; position relative de deux droites.