Dérivation
Problème de recherche : l'application qui décolle

Une start-up lance une application. Le nombre total de téléchargements (en milliers), t mois après le lancement, est modélisé par

$$N(t) = 2t^2 + 10t \qquad (t \geqslant 0).$$

La mission

1. Calculer le nombre de téléchargements au bout de 2 mois, puis au bout de 3 mois. Calculer le taux de variation de N entre 2 et 3 et l'interpréter.
2. Calculer le taux de variation de N entre 2 et $2+h$ pour $h = 0{,}1$, puis $h = 0{,}01$, puis $h = 0{,}001$. Vers quelle valeur semble-t-il se rapprocher ?
3. Démontrer que, pour $h \neq 0$, ce taux de variation vaut $18 + 2h$. En déduire le nombre dérivé $N'(2)$ et l'interpréter.
4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de N au point d'abscisse 2. L'utiliser pour estimer le nombre de téléchargements au bout de 2,5 mois, et comparer avec la valeur donnée par le modèle.

Pour aller plus loin

Les serveurs saturent quand les téléchargements augmentent de plus de 30 milliers par mois. En calculant de même le nombre dérivé $N'(a)$ pour un nombre a quelconque, déterminer à partir de quand il faudra acheter de nouveaux serveurs.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !