Généralités sur les fonctions
Problème de recherche : le food-truck rentable

Un food-truck vend des repas à 9 € l'unité. Il peut préparer au plus 200 repas par jour. Quand il vend q repas dans la journée :

— la recette (en euros) est $R(q) = 9q$;

— le coût total (en euros) est $C(q) = 0{,}02q^2 + 2q + 150$ (emplacement, matières premières, salaires, énergie).

La mission

1. Calculer $C(0)$ et interpréter. Calculer le bénéfice réalisé pour 50 repas, puis pour 200 repas.
2. À partir de combien de repas vendus le food-truck est-il rentable ?
3. Pour quel nombre de repas le bénéfice est-il le plus grand ? Que vaut-il alors ?
4. Le propriétaire dit : « Plus je vends de repas, plus je gagne d'argent. » A-t-il raison ?

Pour aller plus loin

Un concurrent s'installe et le food-truck doit baisser son prix à 7 € le repas. Combien de repas faut-il maintenant vendre pour être rentable ? Quel est le nouveau bénéfice maximal ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Premiers calculs

$C(0) = 150$: même sans vendre aucun repas, le food-truck dépense 150 € par jour (ce sont les coûts fixes).

Le bénéfice est $B(q) = R(q) - C(q) = 9q - 0{,}02q^2 - 2q - 150 = -0{,}02q^2 + 7q - 150$.

$B(50) = 450 - 300 = 150$ € et $B(200) = 1\,800 - 1\,350 = 450$ €.

2. Seuil de rentabilité

Au tableau de valeurs : $B(22) \approx -5{,}68$ et $B(23) \approx 0{,}42$. Le food-truck est rentable à partir de **23 repas** par jour (et jusqu'à 200, puisque $B(200) > 0$).

3. Bénéfice maximal

q	100	150	160	170	175	180	200
$B(q)$	350	450	458	462	462,5	462	450

Le bénéfice est maximal pour **175 repas** : il vaut 462,50 €.

4. Vendre plus, gagner plus ?

Non : B est croissante jusqu'à 175 repas, puis décroissante. Entre 175 et 200 repas, chaque repas supplémentaire coûte plus qu'il ne rapporte (la cadence élevée augmente les coûts), et le bénéfice diminue.

Pour aller plus loin

Avec un prix de 7 € : $B(q) = 7q - 0{,}02q^2 - 2q - 150 = -0{,}02q^2 + 5q - 150$.

Au tableau : $B(34) \approx -3{,}12$ et $B(35) = 0{,}5$: il faut maintenant vendre au moins **35 repas**.

Le bénéfice maximal est atteint pour 125 repas : $B(125) = -312{,}5 + 625 - 150 = 162{,}50$ €. Une baisse de 2 € du prix divise presque par trois le bénéfice maximal.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Calcul d'images.
- Recherche d'antécédents et résolution d'inéquations à l'aide d'un tableau de valeurs.
- Sens de variation et maximum d'une fonction.