Probabilités conditionnelles
Problème de recherche : le télétravail dépend-il du poste ?

Une entreprise compte 200 salariés. Le service des ressources humaines a relevé, pour chaque salarié, son statut (cadre ou non cadre), son sexe et s'il bénéficie ou non du télétravail :

	Télétravail	Pas de télétravail
Cadres	36	24
Non cadres	42	98

	Télétravail	Pas de télétravail
Femmes	39	61
Hommes	39	61

On choisit un salarié au hasard. On note T : « il bénéficie du télétravail », C : « il est cadre » et F : « c'est une femme ».

La mission

1. Calculer $P(T)$, $P_C(T)$ et $P_{\overline{C}}(T)$. Interpréter.
2. La direction affirme : « L'accès au télétravail ne dépend ni du sexe ni du statut. » Qu'en penser ?
3. On choisit au hasard un salarié en télétravail. Quelle est la probabilité que ce soit un cadre ?

Pour aller plus loin

Parmi les 200 salariés, 80 ont plus de 10 ans d'ancienneté. Combien d'entre eux devraient être en télétravail pour que les événements T et « avoir plus de 10 ans d'ancienneté » soient indépendants ? Est-ce possible ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Proportions

Au total, $36+42=78$ salariés sont en télétravail : $P(T)=\frac{78}{200}=0{,}39$.
Il y a 60 cadres, dont 36 en télétravail : $P_C(T)=\frac{36}{60}=0{,}6$. Il y a 140 non cadres, dont 42 en télétravail : $P_{\overline{C}}(T)=\frac{42}{140}=0{,}3$.
39 % des salariés sont en télétravail, mais 60 % des cadres et seulement 30 % des non cadres.

2. L'affirmation de la direction

Sexe : $P(F)=\frac{100}{200}=0{,}5$ et $P_F(T)=\frac{39}{100}=0{,}39=P(T)$. Les événements F et T sont **indépendants** : être une femme ne change pas la probabilité d'être en télétravail. (Vérification : $P(F\cap T)=\frac{39}{200}=0{,}195=0{,}5\times 0{,}39$.)
Statut : $P_C(T)=0{,}6\neq P(T)=0{,}39$. Les événements C et T **ne sont pas indépendants** : les cadres ont deux fois plus souvent accès au télétravail que les non cadres.
La direction a raison pour le sexe, mais tort pour le statut. (Cela peut s'expliquer : beaucoup de postes non cadres, comme ceux de production, ne peuvent pas se faire à distance.)

3. Un télétravailleur cadre

Parmi les 78 salariés en télétravail, 36 sont cadres : $P_T(C)=\frac{36}{78}\approx 0{,}46$.
Attention à ne pas confondre $P_T(C)\approx 0{,}46$ et $P_C(T)=0{,}6$.

Pour aller plus loin

Pour l'indépendance, il faudrait que la proportion de télétravailleurs parmi les 80 salariés anciens soit aussi 0,39, soit $0{,}39\times 80=31{,}2$ salariés. Ce n'est pas un nombre entier : l'indépendance exacte est **impossible**. Avec 31 salariés, on en serait très proche ($\frac{31}{80}\approx 0{,}388$).

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Tableau croisé d'effectifs.
- Probabilités conditionnelles $P_A(B)$.
- Événements indépendants.