Notion de suites
Problème de recherche : le stock de l'entrepôt

Un entrepôt de pièces détachées pour vélos contient 100 pièces d'un certain modèle au départ. Chaque semaine :

— 20 % des pièces en stock sont vendues ;

— puis l'entrepôt reçoit une livraison de 60 nouvelles pièces.

On note u_n le nombre de pièces en stock au bout de n semaines ; ainsi $u_0 = 100$.

La mission

1. Le responsable craint que le stock ne déborde : l'entrepôt ne peut pas contenir plus de 350 pièces. Doit-il s'inquiéter ?
2. Vers quelle valeur le stock semble-t-il se stabiliser ? Expliquer pourquoi cette valeur est un « équilibre ».

Pour aller plus loin

Le responsable voudrait que le stock se stabilise autour de 400 pièces. Combien de pièces doit-il commander chaque semaine ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

La relation de récurrence

Après la vente, il reste 80 % du stock, puis on ajoute 60 pièces : $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 60$.

1. Calculs

n	0	1	2	3	5	10	20	30
u_n	100	140	172	197,6	234,5	278,5	297,7	299,8

Le stock augmente, mais de moins en moins vite : il ne semble jamais dépasser 300. **Le responsable n'a pas à s'inquiéter.**

2. L'équilibre

Le stock semble se stabiliser autour de **300 pièces**. Si $u_n = 300$, alors $u_{n+1} = 0{,}8 \times 300 + 60 = 240 + 60 = 300$: le stock reste à 300. Chaque semaine, on vend exactement 60 pièces (20 % de 300) et on en reçoit 60 : les ventes compensent les livraisons.
Plus le stock est grand, plus on vend de pièces : tant que le stock est inférieur à 300, les ventes sont inférieures à 60 et le stock augmente.

Pour aller plus loin

On cherche une livraison L telle que 400 soit un équilibre : $0{,}8 \times 400 + L = 400$, donc $L = 80$. **Il faut commander 80 pièces par semaine.**

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Suite définie par une relation de récurrence ; calcul de termes au tableur.
- Sens de variation, conjecture d'une limite ; représentation graphique d'une suite.