Suites arithmétiques et géométriques
Problème de recherche : deux offres d'emploi

Léo, 22 ans, reçoit deux offres d'emploi. On note a_n et b_n le salaire mensuel net (en euros) proposé la n-ième année après l'embauche ($n = 0$ pour la première année).

— Entreprise A : 1 800 € par mois la première année, puis une augmentation de 40 € par mois chaque année.

— Entreprise B : 1 700 € par mois la première année, puis une augmentation de 3 % chaque année.

La mission

1. Calculer a_1, a_2, b_1 et b_2. Préciser la nature de chaque suite, puis exprimer a_n et b_n en fonction de n.

2. À partir de quelle année le salaire mensuel proposé par B dépasse-t-il celui de A ?

3. Léo pense rester 10 ans dans l'entreprise. Quelle offre lui rapporte le plus d'argent au total sur ces 10 ans ?

Pour aller plus loin

Au bout de combien d'années le total gagné avec l'offre B dépasse-t-il celui de l'offre A ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Les deux suites

$a_1 = 1\,840$, $a_2 = 1\,880$: (a_n) est arithmétique de raison 40 et $a_n = 1\,800 + 40n$.
$b_1 = 1\,700 \times 1{,}03 = 1\,751$, $b_2 = 1\,751 \times 1{,}03 = 1\,803{,}53$: (b_n) est géométrique de raison 1,03 et $b_n = 1\,700 \times 1{,}03^n$.

2. Dépassement

n	5	6	7	8
a_n	2 000	2 040	2 080	2 120
b_n	1 970,77	2 029,89	2 090,79	2 153,51

Le salaire de B dépasse celui de A à partir de $n = 7$, c'est-à-dire la **8e année**.

3. Total sur 10 ans

Au tableur, on additionne $12a_n$ et $12b_n$ pour n de 0 à 9 :

— offre A : 237 600 € ;
— offre B : environ 233 863 €.

Sur 10 ans, l'offre A rapporte environ 3 700 € de plus : même si B devient meilleure à partir de la 8e année, elle n'a pas encore rattrapé son retard des premières années.

Pour aller plus loin

En prolongeant le tableur : au bout de 12 ans, A reste devant (290 880 € contre environ 289 517 €) ; au bout de 13 ans, le total de B (≈ 318 603 €) dépasse celui de A (318 240 €). Il faut donc rester **13 ans** pour que l'offre B rapporte plus au total. Une croissance en pourcentage finit toujours par dépasser une croissance fixe, mais cela peut prendre du temps.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Suites arithmétiques et géométriques : reconnaissance, terme de rang n.
— Comparaison de deux modèles d'évolution.
— Calculs au tableur.