Échantillonnage
Problème de recherche : le candidat trop confiant

À une semaine du second tour d'une élection opposant deux candidats, un institut interroge 1 000 électeurs choisis au hasard : 520 déclarent vouloir voter pour le candidat Durand, soit 52 %.
Durand déclare aussitôt : « Ce sondage prouve que je suis majoritaire : j'ai gagné ! »

La mission

1. Le sondage permet-il d'affirmer, avec un risque d'erreur d'environ 5 %, que Durand est majoritaire dans la population ?
2. Si l'institut obtenait encore 52 % dans un sondage plus grand, combien de personnes faudrait-il interroger, au minimum, pour pouvoir l'affirmer ?

Pour aller plus loin

Les instituts annoncent souvent une « marge d'erreur de 2 points » pour un sondage auprès de 2 500 personnes. D'où vient ce chiffre ? Combien faudrait-il interroger de personnes pour une marge de 1 point ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Peut-on conclure ?

Dans environ 95 % des échantillons de taille n, la fréquence observée f est à moins de $\frac{1}{\sqrt{n}}$ de la proportion réelle p. Réciproquement, on peut estimer p par l'intervalle

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right],$$

qui contient p pour environ 95 % des échantillons. Ici $n = 1\,000$, $\frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0{,}032$ et $f = 0{,}52$: l'intervalle est $[0{,}488 ; 0{,}552]$.

Il contient des valeurs inférieures à 0,5 : le sondage **ne permet pas** d'affirmer que Durand est majoritaire. Son adversaire pourrait l'être aussi.

2. Taille d'échantillon nécessaire

Il faut $0{,}52 - \frac{1}{\sqrt{n}} > 0{,}5$, soit $\frac{1}{\sqrt{n}} < 0{,}02$, soit $\sqrt{n} > 50$, soit $n > 2\,500$. Il faudrait interroger **plus de 2 500 personnes** (et obtenir encore 52 %).

Pour aller plus loin

Pour $n = 2\,500$: $\frac{1}{\sqrt{2500}} = \frac{1}{50} = 0{,}02$, soit 2 points. Pour une marge de 1 point : $\frac{1}{\sqrt{n}} \leqslant 0{,}01 \iff n \geqslant 10\,000$. Pour diviser la marge par 2, il faut multiplier la taille de l'échantillon par 4.

Remarque : un sondage mesure une intention à un moment donné ; les électeurs peuvent changer d'avis, ou ne pas répondre sincèrement.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Fluctuation d'échantillonnage ; écart entre fréquence et proportion inférieur à $\frac{1}{\sqrt{n}}$ dans environ 95 % des cas.
- Estimation d'une proportion inconnue à partir d'une fréquence observée ; résolution d'inéquations.