Ensembles de nombres et arithmétique
Problème de recherche : les cent casiers

Dans le couloir d'un lycée, il y a 100 casiers numérotés de 1 à 100, tous fermés. Cent élèves passent l'un après l'autre :

— l'élève n°1 change l'état de tous les casiers (il les ouvre tous) ;
— l'élève n°2 change l'état des casiers n°2, 4, 6, 8… (il ferme ceux qui sont ouverts, il ouvre ceux qui sont fermés) ;
— l'élève n°3 change l'état des casiers n°3, 6, 9, 12… ;
— et ainsi de suite : l'élève n°k change l'état de tous les casiers dont le numéro est un multiple de k.

La mission

1. Quand les 100 élèves sont passés, quels casiers sont ouverts ?
2. Justifier pourquoi ce sont exactement ceux-là.

Pour aller plus loin

— Quels casiers ont été touchés exactement deux fois ?
— Avec 1000 casiers et 1000 élèves, combien de casiers resteraient ouverts ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !