# Évolutions
## Problème de recherche : l'action en montagnes russes

Sur un réseau social, un influenceur présente une action « en montagnes russes » :

« Elle monte de 20 % un jour, baisse de 15 % le lendemain, et ainsi de suite en alternance. En moyenne, ça fait +2,5 % par jour ! Placez 100 € et votre argent doublera en 40 jours. »

Un autre internaute répond : « Moi, j'ai une action qui monte de 10 % puis baisse de 10 % en alternance. Au moins, elle ne bouge pas. »

### La mission

1. L'argent placé sur l'action de l'influenceur double-t-il en 40 jours ? Au bout de combien de jours double-t-il vraiment ?
2. L'action de l'internaute « ne bouge-t-elle pas » ? Que vaut un placement de 100 € au bout de 30 jours ?
3. Une action monte de 20 % puis baisse de $t$ % en alternance. Pour quelles valeurs de $t$ gagne-t-on de l'argent sur le long terme ?

### Pour aller plus loin

On progresse de 1 % chaque jour pendant un an (365 jours). Par combien a-t-on multiplié sa valeur ? Et si l'on régresse de 1 % par jour ?

### Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

# Éléments de correction

## 1. L'action de l'influenceur

Sur deux jours, le coefficient multiplicateur est $1{,}2 \times 0{,}85 = 1{,}02$ : +2 % tous les deux jours, et non +2,5 % par jour. Au bout de 40 jours (20 périodes de deux jours) : $100 \times 1{,}02^{20} \approx 148{,}59$ €. L'argent n'a pas doublé.

Avec un tableur, jour par jour : après un jour de baisse (jour $2k$), la valeur est $100 \times 1{,}02^k$ ; après un jour de hausse (jour $2k+1$), elle vaut $100 \times 1{,}02^k \times 1{,}2$.

— La valeur dépasse 200 € pour la première fois au **53e jour** (un jour de hausse) : $100 \times 1{,}02^{26} \times 1{,}2 \approx 200{,}8$ €, mais elle redescend le lendemain.

— Elle reste définitivement au-dessus de 200 € à partir du **72e jour** : $100 \times 1{,}02^{35} \approx 199{,}99$ € (jour 70) et $100 \times 1{,}02^{36} \approx 203{,}99$ € (jour 72).

## 2. L'action de l'internaute

$1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$ : −1 % tous les deux jours. Au bout de 30 jours : $100 \times 0{,}99^{15} \approx 86{,}01$ €. L'action perd environ 14 % en un mois.

## 3. Seuil

On gagne de l'argent sur le long terme si le coefficient sur deux jours dépasse 1 :

$$1{,}2\left(1 - \frac{t}{100}\right) > 1 \iff 1 - \frac{t}{100} > \frac{1}{1{,}2} \iff t < \frac{100}{6} \approx 16{,}67.$$

Il faut une baisse inférieure à environ **16,67 %**. En effet, une baisse de $\frac{1}{6}$ annule exactement une hausse de 20 % (évolution réciproque).

## Pour aller plus loin

$1{,}01^{365} \approx 37{,}8$ : la valeur est multipliée par près de 38. $0{,}99^{365} \approx 0{,}026$ : il reste environ 2,6 % de la valeur de départ.

## Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Coefficient multiplicateur, évolutions successives, évolution réciproque.

— Utilisation d'un tableur pour répéter une évolution.