Généralités sur les fonctions
Problème de recherche : quel abonnement choisir ?

Un jeu en ligne propose trois formules mensuelles :

- **Formule Libre** : 0,50 € par partie, sans abonnement ;
- **Formule Joueur** : 6 € par mois, puis 0,20 € par partie ;
- **Formule Illimitée** : 15 € par mois, nombre de parties illimité.

La mission

Le service client reçoit sans arrêt la même question : « Quelle formule dois-je prendre ? ». Rédiger une fiche de conseil claire, qui indique la formule la moins chère selon le nombre de parties jouées dans le mois, et qui soit justifiée par des calculs ou un graphique.

Pour aller plus loin

L'éditeur envisage une quatrième formule : 10 € par mois, puis 0,10 € par partie. Cette formule sera-t-elle un jour la moins chère ? Si oui, pour quels joueurs ? Faut-il modifier la fiche de conseil ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

Modéliser

On note n le nombre de parties dans le mois. Les coûts mensuels (en €) sont :

$$L(n) = 0{,}5n, \qquad J(n) = 6 + 0{,}2n, \qquad I(n) = 15.$$

Comparer deux à deux

— $L(n) = J(n) \iff 0{,}5n = 6 + 0{,}2n \iff 0{,}3n = 6 \iff n = 20$.
— $J(n) = I(n) \iff 6 + 0{,}2n = 15 \iff n = 45$.
— $L(n) = I(n) \iff 0{,}5n = 15 \iff n = 30$.

En traçant les trois courbes (deux droites et une droite horizontale) ou avec un tableau de valeurs :

Parties par mois	moins de 20	entre 20 et 45	plus de 45
Formule la moins chère	Libre	Joueur	Illimitée

Pour exactement 20 parties, Libre et Joueur coûtent 10 € ; pour exactement 45 parties, Joueur et Illimitée coûtent 15 €.

Pour aller plus loin

Avec $D(n) = 10 + 0{,}1n$:

— $D(n) < J(n) \iff 10 + 0{,}1n < 6 + 0{,}2n \iff n > 40$;
— $D(n) < I(n) \iff 10 + 0{,}1n < 15 \iff n < 50$;
— $D(n) < L(n) \iff n > 25$.

La nouvelle formule est la moins chère **pour les joueurs qui font entre 40 et 50 parties par mois**. La fiche devient : Libre jusqu'à 20 parties, Joueur de 20 à 40, la nouvelle formule de 40 à 50, Illimitée au-delà de 50.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Modéliser une situation par des fonctions ; calculer des images.
— Comparer des fonctions graphiquement ou par le calcul ; lire des intersections de courbes.