Pourcentages et fréquences
Problème de recherche : le meilleur personnage

Dans un jeu vidéo en ligne, on peut jouer sur deux cartes : la carte « Plaine » (facile) et la carte « Volcan » (difficile). Un site de statistiques a relevé les résultats de deux personnages, Aria et Bram.

	Aria	Bram
Plaine	18 victoires sur 20 parties	72 victoires sur 90 parties
Volcan	32 victoires sur 80 parties	3 victoires sur 10 parties

Le site affirme : « Bram est bien meilleur qu'Aria : il gagne 75 % de ses parties, contre 50 % pour Aria. »
Un joueur répond dans les commentaires : « Faux! Aria gagne plus souvent que Bram sur chaque carte. »

La mission

1. Qui a raison : le site ou le joueur?
2. Comment est-ce possible?
3. Pour un tournoi où l'on jouera autant de parties sur chaque carte, quel personnage choisir?

Pour aller plus loin

Inventer un exemple semblable dans un autre domaine (deux hôpitaux, deux lycées, deux vendeurs...).

Coups de pouce

Bloqué? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché!

Éléments de correction

1. Tout le monde a raison

Fréquences de victoire globales : Aria : $\frac{18+32}{20+80} = \frac{50}{100} = 50\,\%$; Bram : $\frac{72+3}{90+10} = \frac{75}{100} = 75\,\%$.
Fréquences conditionnelles, carte par carte :

	Aria	Bram
Plaine	$\frac{18}{20} = 90\,\%$	$\frac{72}{90} = 80\,\%$
Volcan	$\frac{32}{80} = 40\,\%$	$\frac{3}{10} = 30\,\%$

Aria gagne plus souvent que Bram sur chaque carte, mais Bram gagne plus souvent au total : les deux affirmations sont vraies.

2. L'explication

Les parties ne sont pas réparties de la même façon : 80 % des parties d'Aria se jouent sur le Volcan (où l'on gagne peu), alors que 90 % des parties de Bram se jouent dans la Plaine (où l'on gagne beaucoup). La fréquence globale est une moyenne des fréquences par carte, *pondérée* par le nombre de parties : elle dépend autant de la difficulté des cartes jouées que du talent du personnage.

3. Le tournoi

Sur 100 parties (50 par carte) : Aria gagnerait environ $0{,}9 \times 50 + 0{,}4 \times 50 = 65$ parties, Bram environ $0{,}8 \times 50 + 0{,}3 \times 50 = 55$. **Il faut choisir Aria.**

Pour aller plus loin

Exemple classique : un hôpital A soigne surtout des cas graves, un hôpital B surtout des cas bénins. A peut avoir un meilleur taux de guérison pour chaque type de patients et un moins bon taux global.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Fréquences marginales et fréquences conditionnelles dans un tableau croisé.
- Proportion d'une proportion ; moyenne pondérée de pourcentages.

Pour aller plus loin (enrichissement)

Ce phénomène s'appelle le *paradoxe de Simpson*. Il a été observé dans de vraies études (admissions à l'université de Berkeley en 1973, essais médicaux) : il faut toujours se demander si un pourcentage global ne cache pas des groupes très différents.