Probabilités
Problème de recherche : les dés de la discorde

On dispose de trois dés équilibrés à six faces, numérotés de façon inhabituelle :

Dé rouge	2 ; 2 ; 4 ; 4 ; 9 ; 9
Dé vert	1 ; 1 ; 6 ; 6 ; 8 ; 8
Dé bleu	3 ; 3 ; 5 ; 5 ; 7 ; 7

Règle du duel : chaque joueur choisit un dé différent, on lance les deux dés, le plus grand nombre gagne.

La mission

Ton adversaire choisit son dé en premier, puis tu choisis le tien.

1. Quel dé dois-tu choisir, selon le dé choisi par ton adversaire ?
2. Existe-t-il un « meilleur dé » ? Est-il préférable de choisir en premier ou en second ?

Pour aller plus loin

Inventer un autre trio de dés qui a la même propriété étonnante.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

Comparer deux dés

Pour deux dés, il y a $6 \times 6 = 36$ issues équiprobables. On peut les compter dans un tableau à double entrée. Par exemple, rouge contre vert :

rouge \ vert	1	1	6	6	8	8
2	R	R	V	V	V	V
2	R	R	V	V	V	V
4	R	R	V	V	V	V
4	R	R	V	V	V	V
9	R	R	R	R	R	R
9	R	R	R	R	R	R

Rouge gagne dans 20 cas sur 36 : $P(\text{rouge gagne}) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9} \approx 0{,}56$.
De la même façon : vert bat bleu avec la probabilité $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$, et bleu bat rouge avec la probabilité $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

Conclusion

rouge bat vert ; vert bat bleu ; bleu bat rouge (chaque fois avec la probabilité $\frac{5}{9}$).

1. Si l'adversaire prend le rouge, je prends le bleu ; s'il prend le vert, je prends le rouge ; s'il prend le bleu, je prends le vert.
2. **Il n'y a pas de meilleur dé** : comme à « pierre-feuille-ciseaux », chaque dé est battu par un autre. Il vaut toujours mieux choisir **en second** : on gagne alors avec la probabilité $\frac{5}{9}$.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

— Modéliser une expérience aléatoire ; issues équiprobables.
— Dénombrer à l'aide d'un tableau à double entrée ; calculer une probabilité.

Pour aller plus loin (enrichissement)

On dit que ces dés sont *non transitifs*. Le statisticien Bradley Efron en a inventé un jeu de quatre dés ; le milliardaire Warren Buffett aimait proposer ce duel à ses invités… en leur laissant choisir en premier.