Statistiques à une variable
Problème de recherche : les notes cachées

Sacha a obtenu cinq notes entières (sur 20) ce trimestre. Il refuse de les dire, mais donne ces indices :

— la moyenne de mes cinq notes est 9 ;
— la médiane est 11 ;
— l'étendue est 8 ;
— une seule note apparaît plusieurs fois : c'est 12.

La mission

1. Quelles sont les cinq notes de Sacha ? Prouver qu'il n'y a pas d'autre possibilité.

2. Après une sixième note, la moyenne de Sacha passe à 10. Quelle est cette note ? Quelle est la nouvelle médiane ?

Pour aller plus loin

Inventer une liste de sept notes entières dont la moyenne, la médiane et l'étendue sont toutes égales à 10.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Les cinq notes : 4, 6, 11, 12, 12

On range les notes : $a \leqslant b \leqslant c \leqslant d \leqslant e$. La médiane est la 3e note : $c = 11$.
La note 12 apparaît au moins deux fois. Comme $12 > 11$, elle ne peut occuper que les places situées après la médiane : $d = e = 12$. La plus haute note est donc 12, et la plus basse vaut $a = 12 - 8 = 4$.
La somme des notes vaut $5 \times 9 = 45$, donc $b = 45 - 4 - 11 - 12 - 12 = 6$. Vérification : $4 \leqslant 6 \leqslant 11$, et seule la note 12 est répétée. Chaque note a été obtenue par déduction : la solution est **unique**.

2. La sixième note

La nouvelle somme vaut $6 \times 10 = 60$, donc la sixième note est $60 - 45 =$ **15**. Notes rangées : 4, 6, 11, 12, 12, 15. Avec six notes, la médiane est la moyenne des 3e et 4e : $\frac{11+12}{2} =$ **11,5**.

Pour aller plus loin

Exemple : 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15. Somme : 70, moyenne 10 ; médiane (4e valeur) 10 ; étendue $15 - 5 = 10$. Beaucoup d'autres réponses sont possibles.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Moyenne, médiane (effectif pair ou impair), étendue.
- Lien entre moyenne et somme des valeurs.