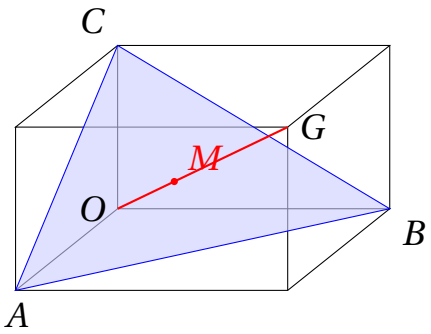
Géométrie vectorielle dans l'espace
Problème de recherche : le point de percée

Une boîte a la forme d'un pavé droit. Dans un repère orthonormé, un de ses sommets est l'origine O, et les trois sommets voisins de O sont $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ et $C(0;0;c)$, avec a, b, c strictement positifs. Le sommet opposé à O est $G(a;b;c)$.
On tend un fil de O à G, et on place une vitre triangulaire ABC. Le fil traverse la vitre en un point M.



La mission

1. Avec GeoGebra 3D, construire la figure, déterminer le point M et conjecturer la valeur de $\frac{OM}{OG}$. Cette valeur dépend-elle de a, b, c ?
2. Soit M le point défini par $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OG}$. Démontrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$. Que peut-on en déduire ? Quel point remarquable du triangle ABC est M ?
3. Démontrer que M est le seul point de la droite (OG) qui appartient au plan (ABC).

Pour aller plus loin

Les trois sommets voisins de G forment un deuxième triangle. Où le fil le traverse-t-il ? Que peut-on dire du découpage du segment $[OG]$?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !