Concentration et loi des grands nombres
Problème de recherche : le test A/B

Une boutique en ligne teste deux versions de sa page d'accueil (c'est un *test A/B*). Chaque visiteur est envoyé au hasard sur l'une des deux versions ; on note s'il achète ou non. Pour chaque version, on suppose que les visiteurs achètent indépendamment les uns des autres, avec une probabilité inconnue : p_A pour la version A, p_B pour la version B.
Après une semaine : version A, 500 visiteurs et 30 achats ; version B, 500 visiteurs et 40 achats.

La mission

1. Le directeur conclut : « La version B est meilleure. » A-t-on assez de données pour l'affirmer ? On pourra utiliser l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
2. Combien de visiteurs faut-il envoyer sur chaque version pour que la fréquence d'achat observée soit à moins de 1 point (0,01) de la vraie probabilité, avec une probabilité d'au moins 80 %, quelle que soit cette probabilité ?

Pour aller plus loin

On sait par expérience que le taux d'achat d'une boutique ne dépasse jamais 10 %. Comment cette information change-t-elle la réponse à la question 2 ? Pourquoi dit-on que l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est « pessimiste » ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !