Concentration et loi des grands nombres
Problème de recherche : le dé suspect

On lance 900 fois un dé et on obtient 200 fois le chiffre 6. On se demande si le dé est équilibré.
On suppose d'abord qu'il l'est, et on note X le nombre de six obtenus en 900 lancers.

La mission

1. Quelle est la loi de X ? Calculer son espérance, sa variance et son écart type.
2. À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, majorer $P(|X-150| \geqslant 50)$. Que peut-on en conclure sur le dé ?
3. À la calculatrice, calculer $P(X \geqslant 200)$ avec la loi binomiale. Comparer avec la majoration précédente. Qu'en pense-t-on ?
4. À partir de quel écart δ l'inégalité garantit-elle que $P(|X-150| \geqslant \delta) \leqslant 0{,}01$?

Pour aller plus loin

On veut estimer la fréquence d'apparition du six d'un dé équilibré à 0,01 près, avec une probabilité d'erreur d'au plus 5 %. Combien de lancers l'inégalité de concentration impose-t-elle ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !