Limites de fonctions
Problème de recherche : la tortue et le lièvre

Une tortue et un lièvre font la course. À l'instant $x > 0$, la tortue a parcouru la distance x^{10} et le lièvre la distance e^x (dans une unité commune).

La mission

1. À la calculatrice, déterminer qui est en tête aux instants $x = 1$, $x = 2$, $x = 10$ et $x = 40$.
2. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^{10}}$. Qui finit par gagner ?
3. On pose $h(x) = \dfrac{e^x}{x^{10}}$ pour $x > 0$. Étudier les variations de h et ses limites en 0 et en $+\infty$. Combien de fois les deux coureurs se dépassent-ils ? À quels instants environ ?

Pour aller plus loin

La tortue avance maintenant comme x^n, avec n entier, $n \geqslant 1$. Pour quelles valeurs de n le lièvre est-il toujours en tête ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !